

# **Mehrfeld-Modell für chemisch-physikalische Alterungsprozesse von Beton**

**Friedhelm Cramer**

**Institut für Statik  
Technische Universität Braunschweig**

**Bericht Nr. 2016-120**





# **Mehrfeld-Modell für chemisch-physikalische Alterungsprozesse von Beton**

Von der  
Fakultät Architektur, Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften  
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina  
zu Braunschweig

zur Erlangung des Grades eines  
**Doktoringenieurs (Dr.-Ing.)**  
genehmigte

**Dissertation**

von  
**Friedhelm Cramer**  
geboren am 15.07.1982  
aus Leer/Ostfriesland

Eingereicht am 12. Juni 2015  
Disputation am 07. Januar 2016

Berichterstatter Prof. Dr.-Ing. Dieter Dinkler  
Prof. Dr.-Ing. Laura De Lorenzis  
Prüfer Prof. Dr.-Ing. Harald Budelmann

Braunschweig 2016

ISBN 978-3 926031-21-1

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Dieter Dinkler

©Institut für Statik, Technische Universität Braunschweig, 2016



## **Kurzfassung**

Zuverlässige Prognosen des Bauwerkszustandes von Betonstrukturen erfordern eine detaillierte Abbildung der gesamten Alterungsgeschichte. Hierzu wird in der vorliegenden Arbeit ein Modell entwickelt, das eine Beschreibung der im alternden Beton ablaufenden wesentlichen chemischen und physikalischen Alterungsprozesse sowie deren Wechselwirkungen erlaubt. Auf Grundlage der Theorie poröser Medien sind die Transportprozesse der Porenfluide und deren Komponenten, die chemischen Reaktionen, das Deformationsverhalten sowie deren Interaktionen erfasst. Die Ergebnisse von Vergleichsberechnungen zeigen, dass die Alterungsgeschichte einen wesentlichen Einfluss auf den Verlauf nachfolgender Alterungsprozesse ausübt. Veränderungen der Beschaffenheit der Porenstruktur und der Porenfluidkonzentrationen sowie die Entwicklung der Schädigung infolge vorausgegangener Alterungsprozesse beeinflussen hierbei signifikant die Transporteigenschaften und die mechanischen Eigenschaften des Materials. Das entwickelte Prognosemodell ermöglicht damit eine realitätsnahe Beschreibung der Alterung von Beton. Zudem kann eine Zustandsbewertung von Betonstrukturen hinsichtlich der Tragfähigkeit und der Korrosionsgefahr zu jedem Zeitpunkt während der gesamten Lebensdauer erfolgen.

## **Abstract**

An accurate prediction of aging of concrete structures requires a detailed description of the whole aging history. Therefore, the present thesis introduces a model, which allows a detailed analysis of the most important chemical and physical aging processes as well as their flexible coupling. The model is based on the theory of porous media and describes the transport processes of the pore fluids and their components, the chemical reactions, the deformation behavior as well as the interactions between them. Applications of the model to aging analysis of concrete structures demonstrate that the aging of the concrete leads to changes of the pore structure and the concentration of the pore fluids as well as the development of the mechanical damage. Therefore, the aging history of the material significantly affects its transport properties and mechanical behavior and hence subsequent aging processes. Thus, the presented model allows a more detailed and realistic description of the aging of concrete structures and can be used to assess the bearing capacity and the risk of corrosion.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Bezeichnungen</b>	<b>v</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation . . . . .	1
1.2 Modellansätze für die Alterung von Beton . . . . .	2
1.3 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit . . . . .	4
<b>2 Leitprozesse und Leitvariablen</b>	<b>7</b>
2.1 Begriffsdefinition . . . . .	7
2.2 Methodik bei der Modellentwicklung . . . . .	9
2.3 Werkstoff Beton . . . . .	10
2.4 Alterungsprozesse im Beton . . . . .	13
2.4.1 Hydratation . . . . .	14
2.4.2 Mechanische Degradation . . . . .	15
2.4.3 Dehydratation . . . . .	15
2.4.4 Depassivierung . . . . .	17
2.5 Identifikation der Leitprozesse und Leitvariablen . . . . .	18
2.6 Prognosemodell . . . . .	20
<b>3 Grundgleichungen</b>	<b>23</b>
3.1 Theorie poröser Medien . . . . .	23
3.2 Bilanzgleichungen . . . . .	25
3.2.1 Massebilanz . . . . .	25
3.2.2 Energiebilanz . . . . .	28
3.2.3 Impulsbilanz . . . . .	29
3.2.4 Drehimpulsbilanz . . . . .	30
3.3 Kopplung von Leitprozessen und Bilanzgleichungen . . . . .	30
<b>4 Transport- und Reaktionsprozesse</b>	<b>33</b>
4.1 Porosität . . . . .	33
4.2 Porensättigung . . . . .	35
4.2.1 Feuchtespeicherung . . . . .	36
4.2.2 Feuchtespeichermodell . . . . .	37
4.2.3 Anpassung für Hochtemperaturbeanspruchungen . . . . .	40
4.2.4 Anpassung für Salzbelastung . . . . .	40
4.3 Physikalische Größen der Porenfluide . . . . .	42

4.3.1	Sättigungsdampfdruck . . . . .	43
4.3.2	Kapillardruck . . . . .	43
4.3.3	Dichte . . . . .	44
4.3.4	Viskosität . . . . .	46
4.3.5	Verdampfungsenthalpie von Wasser . . . . .	47
4.3.6	Wärmekapazität . . . . .	48
4.4	Transport . . . . .	48
4.4.1	Transport infolge von Druckgradienten . . . . .	48
4.4.2	Diffusiver Transport in den Porenfluiden . . . . .	52
4.4.3	Diffusiver Wärmetransport . . . . .	54
4.5	Reaktionen . . . . .	55
4.5.1	Hydratation . . . . .	55
4.5.2	Dehydratation . . . . .	59
4.5.3	Karbonatisierung . . . . .	60
4.5.4	Chloridbindung . . . . .	63
<b>5</b>	<b>Spannungs-Deformationsverhalten</b>	<b>67</b>
5.1	Phänomenologie . . . . .	67
5.1.1	Kurzzeitdeformationsverhalten von Beton . . . . .	68
5.1.2	Langzeitdeformationsverhalten von Beton . . . . .	70
5.1.3	Materialverhalten von Beton infolge hoher Temperaturen . . . . .	73
5.2	Grundlagen der Modellierung . . . . .	73
5.2.1	Voraussetzungen . . . . .	74
5.2.2	Festigkeitsentwicklung während der Hydratation . . . . .	75
5.2.3	Schädigungsmodellierung . . . . .	76
5.2.4	Thermodynamik irreversibler Prozesse . . . . .	78
5.2.5	Erweiterte Kontinuumstheorie . . . . .	81
5.3	Gekoppeltes Plastizitäts- und Schädigungsmodell . . . . .	83
5.3.1	Modellgleichungen . . . . .	83
5.3.2	Nichtlokale Erweiterung . . . . .	86
5.3.3	Mechanische und chemische Schädigung . . . . .	87
5.4	Schwinden . . . . .	89
5.5	Kriechen . . . . .	90
5.5.1	Verfestigungstheorie . . . . .	91
5.5.2	Mikrovorspannungstheorie . . . . .	94
5.6	Verifikation an Kriech- und Schwindversuchen . . . . .	96
5.6.1	Einaxialer Kriech- und Relaxationsversuch . . . . .	97
5.6.2	Kriechversuche bei gleichzeitiger Austrocknung . . . . .	99
<b>6</b>	<b>Lösung des gekoppelten Mehrfeldproblems</b>	<b>105</b>
6.1	Numerische Umsetzung . . . . .	105
6.1.1	Unabhängige Beschreibungsvariablen . . . . .	105
6.1.2	Anfangs- und Randbedingungen . . . . .	106

6.1.3	Schwache Form der Bilanzgleichungen . . . . .	108
6.1.4	Diskretisierung und Linearisierung . . . . .	111
6.1.5	Lösung lokaler chemischer Reaktionen . . . . .	114
6.1.6	Lösung der Materialgleichungen der Mechanik . . . . .	114
6.1.7	Lösungsstrategie . . . . .	117
6.2	Programmtechnische Umsetzung . . . . .	119
<b>7</b>	<b>Analyse gekoppelter Alterungsprozesse</b>	<b>121</b>
7.1	Alterung einer Betonscheibe . . . . .	121
7.1.1	Hydratation . . . . .	122
7.1.2	Depassivierung infolge Karbonatisierung . . . . .	129
7.1.3	Depassivierung infolge Chlorid . . . . .	134
7.1.4	Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	137
7.2	Stützenquerschnitt unter Hochtemperaturbeanspruchung . . . . .	138
7.2.1	Hydratation . . . . .	140
7.2.2	Dehydratation . . . . .	141
7.2.3	Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	146
7.3	Alterung des Übergangsbereiches zwischen Stütze und Bodenplatte .	147
7.3.1	Hydratation . . . . .	148
7.3.2	Depassivierung . . . . .	150
7.3.3	Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	159
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>161</b>



# Bezeichnungen

## Allgemein

$d$	Differential
$\partial$	partielle Ableitung
$\Delta$	Inkrement
$\delta$	virtuelle Größe
$\nabla$	Gradient
$\nabla \cdot ()$	Divergenz
$() : ()$	tensorielle Kontraktion
$()$	Zeitableitung
$()^T$	Transponierte eines Tensors 2. Stufe
$\langle \rangle$	McAULEY-Klammer
$\langle \rangle$	effektive Größe
$\langle \rangle$	nichtlokale Größe
$\langle \rangle$	Knotengröße

## Skalare

$A$	Fläche	
$c_{p\alpha}$	spezifische Wärmekapazität	
$C_{pc}$	effektive Wärmekapazität von Beton	
$D$	Schädigung	
$D_{\alpha,0}^\pi$	Diffusionskonstante	
$E$	Elastizitätsmodul	
$E_a$	Aktivierungsenergie	
$f_\alpha^s$	Strukturfaktor der Phase $\alpha$	
$g_{chem}$	Prozessrate	
$I_1$	1. Invariante eines Tensors 2. Stufe;	$I_{1,\mathbf{A}} = \text{tr } \mathbf{A}$
$I_2$	2. Invariante eines Tensors 2. Stufe;	$I_{2,\mathbf{A}} = \frac{1}{2} \left( (\mathbf{A})^T : \mathbf{A} - \text{tr } (\mathbf{A})^2 \right)$
$J_2$	2. Invariante des Deviators	
$k$	intrinsische Permeabilität	
$k_{r\alpha}$	relative Permeabilität der Phase $\alpha$	
$K_T, K_S$	Kompressionsmodul von Zementstein und Gesteinskörnung	
$l_c$	charakteristische Länge	

$m$	Hydratationsgrad
$m_\alpha$	Partialmasse der Phase $\alpha$
$M$	Schädigung; $M = 1 - D$
$M_\pi$	molare Masse der Komponente $\pi$
$n$	Porosität
$n_\alpha$	Volumenanteil der Phase $\alpha$
$p_\alpha, p_\pi$	Druck der Phase $\alpha$ bzw. der Komponente $\pi$
$p_c$	Kapillardruck
$p_{vs}$	Sättigungsdampfdruck
$R$	universelle Gaskonstante
$s$	Silicastaubgehalt
$s_\alpha^\pi$	Quelle bzw. Senke von Komponente $\pi$ der Phase $\alpha$
$s_{e,\alpha}$	Reaktionsenthalpie der Phase $\alpha$
$S$	Mikrovorspannung
$S_\alpha$	Sättigung der Phase $\alpha$
$t$	Zeit
$T$	Temperatur
$V$	Volumen
$V_\alpha$	Volumen der Phase $\alpha$
$w$	Wassergehalt
$w_\alpha^\pi$	Massekonzentration von Komponente $\pi$ der Phase $\alpha$
$w_s$	Sättigungswassergehalt
$z$	Zementgehalt

$\alpha$	BIOT-Koeffizient
$\alpha_i, \alpha_w^Y, \alpha_a^K$	Übergangskoeffizient für $i \in \{T, v, a\}$
$\beta_c$	Wärmeausdehnungskoeffizient von Beton
$\gamma$	Salzgehalt
$\gamma_{Cl}$	Chloridgehalt
$\Gamma_{chem}$	Rate der chemischen Reaktion
$\delta w$	Wichtungsfunktion
$\Delta h_{vap}$	spezifische Verdampfungsenthalpie
$\kappa$	Kohlendioxidgehalt
$\lambda$	Evolutionsparameter Plastizität
$\lambda_c$	Wärmeleitfähigkeit von Beton
$\mu_\alpha$	dynamische Viskosität der Fluidphase $\alpha$
$\nu$	Querdehnzahl
$\xi$	HAIGH-WESTERGAARD-Koordinate
$\rho$	HAIGH-WESTERGAARD-Koordinate
$\rho_\alpha$	Partialdichte der Phase $\alpha$
$\tilde{\rho}_\alpha$	wahre Dichte der Phase $\alpha$
$\tau_\alpha$	Tortuosität der Phase $\alpha$



$\phi$	Dissipationspotential
$\varphi$	relative Feuchte
$\chi$	BISHOP-Parameter
$\Psi$	spezifische freie Energie

## Vektoren

$\mathbf{n}$	Normalenvektor
$\mathbf{u}$	Verschiebungsvektor
$\mathbf{v}$	Geschwindigkeitsvektor
$\mathbf{v}_{\alpha D}$	DARCY-Geschwindigkeit der Fluidphase $\alpha$
$\mathbf{v}_{\alpha s}$	relative Geschwindigkeit zwischen Fluidphase $\alpha$ und fester Phase $s$
$\mathbf{v}_{\alpha}^{\pi}$	Diffusionsgeschwindigkeit
$\mathbf{v}$	Geschwindigkeitsvektor
$\mathbf{q}_{\alpha}$	konvektiver Massetransport
$\mathbf{q}_{\alpha}^{\pi}$	diffusiver Massetransport
$\mathbf{g}$	Gravitationsvektor

## Tensoren

$\mathbb{C}$	Elastizitätstensor
$\mathbb{F}$	Nachgiebigkeitstensor
$\mathbb{I}, \mathbf{I}$	Einheitstensor 4. und 2. Stufe
$\mathbb{M}$	Schädigungseffektstensor
$\mathbf{D}_{\alpha}^{\pi}$	effektiver Diffusionstensor
$\mathbf{k}$	Permeabilität
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Dehnungstensor
$\boldsymbol{\sigma}$	linearer Spannungstensor

## Matrizen und Vektoren

$\mathbf{r}$	Residuum
$\mathbf{K}$	globale Systemmatrix
$\mathbf{z}$	Beschreibungsvariablen

## Indizes

0	Initialwert
$\infty$	Endwert
<i>atm</i>	Atmosphäre
<i>c</i>	Beton
<i>chem</i>	chemische Reaktion mit <i>chem</i> $\in \{hyd, dehyd, \gamma_r, \kappa_r\}$
<i>cr</i>	visko-elastisch und viskos
<i>dehyd</i>	Dehydratation
<i>DP</i>	DRUCKER-PRAGER-Kriterium
<i>el</i>	elastisch
<i>fl</i>	viskos
<i>g</i>	Gasphase
<i>hyd</i>	Hydratation
<i>hygr</i>	Beginn der hygrischen Wirkung von Salz
<i>Lsg</i>	Lösung
<i>mech</i>	mechanisch
<i>pl</i>	plastisch
<i>r</i>	gebunden, reagiert
<i>R</i>	RANKINE-Hypothese
<i>s</i>	feste Phase
<i>sh</i>	hygrisch
<i>th</i>	thermisch
<i>ve</i>	visko-elastisch
<i>w</i>	flüssige Phase
$\alpha$	Phase mit $\alpha \in \{s, w, g\}$
$\pi$	Komponente von $\alpha$ mit $\pi \in \{v, a, \gamma, \kappa\}$
$\gamma$	Salz
$\kappa$	Kohlendioxid
$\gamma_r$	Chloridbindung
$\kappa_r$	Karbonatisierung

## Chemische Stoffe

H <sub>2</sub> O	Wasser
NaCl	Natriumchlorid
Cl	Chlorid
CO <sub>2</sub>	Kohlendioxid

Abweichende Definitionen sowie nicht aufgeführte Größen sind im Text erläutert.

# 1 Einleitung

Beton ist einer der meist verwendeten Baustoffe weltweit. Seine Vorteile bestehen neben der flexiblen Formgebung in der Dauerhaftigkeit und im geringen Wartungsaufwand. Viele Praxisbeispiele zeigen jedoch, dass die errichteten Bauteile und Bauwerke ihre geplante Lebensdauer nicht erreichen bzw. kostspielige Sanierungen frühzeitig notwendig werden. Die auftretenden Schäden sind häufig auf eine unzureichende Planung, Ausführung oder Instandhaltung bzw. auf eine veränderte Nutzung zurückzuführen. Der Einsatz effizienter numerischer Modelle zur detaillierten lebensdauerbegleitenden Prognose des Materialverhaltens kann helfen, die Zustandsbewertung zu verbessern und somit Ertüchtigungsmaßnahmen aus technischer und ökonomischer Sicht wirksamer zu gestalten.

## 1.1 Motivation

Der Werkstoff Beton und seine Eigenschaften unterliegen während der Lebensdauer einem stetigen Wandel. Bereits im Verlauf der Hydratation kann die Wahl der Betonrezeptur und der Nachbehandlungsmaßnahmen die Entwicklung der Festigkeit und der Porosität des Materials wesentlich beeinträchtigen und damit entscheidend Einfluss auf das Alterungsverhalten von Beton nehmen. Des Weiteren findet in Betonbauwerken eine Materialalterung infolge der Nutzung statt. So führen einerseits unplanmäßig steigende mechanische Beanspruchungen, wie z. B. die Zunahme des Schwerlastverkehrs in Häufigkeit und Gewicht, zu einer Überbeanspruchung bis hin zum Versagen. Andererseits bewirken vor allem Austauschprozesse zwischen dem Bauwerk und der Umgebung eine Veränderung der Materialeigenschaften. Die im Jahresverlauf wechselnden Umgebungsbedingungen rufen bei Außenbauteilen anhaltende Transportprozesse von Wärme und Feuchte und damit eine stetige Änderung der Bauwerkstemperatur und -feuchte hervor. Sind in der Umgebung Schadstoffe vorhanden, können auch diese ins Bauteil eindringen und sowohl den Beton angreifen als auch die Korrosion der Bewehrung induzieren und damit die Materialalterung beschleunigen. Beispiele hierfür stellen die  $\text{CO}_2$ -Belastung der Luft, Salzbeanspruchung bei Kontakt mit Meer- bzw. Tauwasser sowie Säure- und Laugenbeanspruchungen in Faulbehältern oder Kühltürme dar.

Zuverlässige Prognosen des Bauwerkzustandes während der Lebensdauer gelingen, sofern numerische Modelle zur Verfügung stehen, die eine Beschreibung der we-

sentlichen während der Lebensdauer auftretenden chemischen und physikalischen Vorgänge sowie deren Kopplungen ermöglichen und in den numerischen Analysen die gesamte Alterungsgeschichte berücksichtigt wird.

## 1.2 Modellansätze für die Alterung von Beton

Stahlbetonbauwerke sind nach der aktuell geltenden DIN EN 1992-1 [38, 39] so zu Planen, dass alle an sie gestellten Anforderungen während der gesamten Lebensdauer bei sich verändernden Materialeigenschaften erfüllt werden. Für die Bemessung sind hierbei Expositionsklassen in Abhängigkeit der chemischen und physikalischen Umgebungsbedingungen zu wählen, mit denen Anforderungen an die Betonzusammensetzung sowie die Betondeckung definiert werden.

Viele Praxisbeispiele zeigen jedoch, dass bereits bei geringen Abweichungen von den im Planungsprozess berücksichtigten Beanspruchungen Schäden im Beton bzw. an der Bewehrung entstehen. Daher sind Modelle notwendig, die eine Beschreibung der Alterungsvorgänge sowie eine Abschätzung der Gefahr der auftretenden Schädigung erlauben. Der Fokus der meisten bisher entwickelten Modelle liegt dabei auf der Betrachtung einzelner Alterungsprozesse. Wechselwirkungen zwischen unterschiedlichen Alterungsprozessen sowie die Berücksichtigung vorhandener Vorschädigungen bzw. eines nicht idealen Anfangszustandes werden weitestgehend vernachlässigt. Eine Einteilung kann in Ingenieurmodelle sowie mikroskopische und makroskopische Modelle erfolgen.

Die Ingenieurmodelle folgen zum einen aus an Versuchsbeobachtungen angepassten phänomenologischen Modellen. So beschreiben DE SCHUTTER ET AL. [34] sowie GUTSCH [51] auf Basis der Temperaturverteilung die Entwicklung des Hydratationsgrades und ermitteln damit die mechanischen Eigenschaften des jungen Betons. Zum anderen sind Ingenieurmodelle vorhanden, die eine starke Vereinfachung komplexerer Modelle darstellen und somit nur eine eingeschränkte Gültigkeit besitzen. Beispielsweise schlagen GEHLEN [48] sowie der MODEL CODE 2010 [53] auf Basis der für vereinfachte Sonderfälle gelösten Transportgleichungen ein Modell zur Bewertung der Korrosionsgefahr infolge Karbonatisierung bzw. eindringender Chloride vor. Modifizierte Versionen wie z. B. die von KAPTEINA [57] berücksichtigen zusätzlich die Interaktion beider Prozesse.

Mikromechanische Modelle erlauben eine detaillierte Beschreibung der auf der Mikro- bzw. Nanoebene im Beton ablaufenden chemischen und physikalischen Prozesse. BENTZ ET AL. [22] sowie NOTHNAGEL [73] beschreiben auf der Mikroebene die Entwicklung der Porenstruktur während des Hydratationsprozesses. Die Anwendungsmöglichkeiten sind aufgrund des hohen Berechnungsaufwandes dieser Modelle

auf kleine Beispiele beschränkt. Des Weiteren erfordert eine Beschreibung der Prozesse auf der Mikroskala detaillierte Kenntnisse über die Geometrie der Mikrostruktur zur Erfassung der Heterogenität des Werkstoffs.

Mit Modellen der Kontinuumsmechanik können bei Verwendung geeigneter Homogenisierungsstrategien die auf der Mikroebene ablaufenden chemischen und physikalischen Prozesse gemittelt und auf der Makroebene betrachtet werden. Die Grundlage der Beschreibung der gekoppelten Prozesse bilden die Erhaltungsgleichungen der Masse, der Energie sowie des Impulses.

Die grundlegenden Vorgänge der Alterung sind mit dem Transport von Wasser und Wärme im Material verknüpft. Somit sind bereits mit dem Wasserhaushalt und der Energiebilanz bei Voraussetzung eines konstanten Gasdrucks der trockenen Luft die Transportprozesse im Beton infolge von wechselnden thermischen und hygrischen Umgebungsbedingungen vereinfachend abbildbar. Vergleichbare Modelle stellen z. B. KÜNZEL ET AL. [61] und OBERBECK [75] vor.

Aufbauend darauf existieren Modelle, in denen zusätzlich die Schadstoffgehalte bilanziert sowie die im porösen Zementstein ablaufenden chemischen Reaktionen berücksichtigt werden. So liefern STEFFENS [93] und RUCKER-GRAMM [85] ein Modell zur Beschreibung des Chlorideindringens unter Berücksichtigung der chemischen und physikalischen Chloridbindung. SAETTEA ET AL. [87], STEFFENS ET AL. [94] und BARY ET AL. [11] stellen einen Ansatz zur Abbildung der Karbonatisierung vor. BAŽANT ET AL. [13] beschreiben mit ihrem Modell die Transport- und Reaktionsprozesse im Beton infolge von Hochtemperaturbeanspruchungen.

Änderungen der Porenfluidkonzentrationen beeinflussen über die Porenwände die Spannungen im Zementstein. Zur Berücksichtigung dieses Phänomens ist in erweiterten Modellen neben der Impulsbilanz die Kopplung zwischen den Transportprozessen und dem Deformationsverhalten des Betons erfasst. TACKE [95] liefert ein Modell zur Analyse der Abbindeprozesse sowie der Schädigungsentwicklung im jungen Beton.

Detaillierte Ansätze berücksichtigen einen variablen Gasdruck der trockenen Luft mit einer zusätzlichen Massebilanz. Dieses Vorgehen ermöglicht eine genauere Beschreibung der ablaufenden Transportprozesse der Porenfluide, vgl. THIERRY [96]. Unter Berücksichtigung dieser Erweiterung beschreiben GAWIN ET AL. [46, 47], ASCHABER ET AL. [3] und SCIUÈ [92] die Aushärtung des jungen Betons, BANGERT ET AL. [5, 4] die Alkali-Kieselsäurereaktion sowie das Calciumauslaugen von Beton, OSTERMANN [77] und GAWIN ET AL. [45] das Materialverhalten von Beton infolge von Hochtemperaturbeanspruchungen und NGUYEN ET AL. [72], DERLUYN ET AL. [35] sowie KONIORCZYK [59] das Eindringen und die Bindung von Salz in porösen Baustoffen.

### 1.3 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung eines Prognosemodells, das die Beschreibung der während der Lebensdauer von Beton ablaufenden wesentlichen Alterungsprozesse ermöglicht. Der Fokus liegt neben der Abbildung einzelner Alterungsprozesse auf der Kopplung der unterschiedlichen Prozesse zur Untersuchung deren Wechselwirkungen. Als Grundlage des Prognosemodells wird eine formale Modellstruktur bestehend aus übergeordneten Leitvariablen und Leitprozessen kombiniert mit einer Bibliothek aus material- und prozessspezifischen Modellgleichungen entwickelt. Während die Leitvariablen den Zustand eines alternden Bauwerks charakterisieren, beschreiben die Leitprozesse deren Änderung.

Für die Bestimmung der Leitprozesse und Leitvariablen wird das grundlegende Werkstoffverhalten von Beton sowie die zur Alterung führenden Phänomene vorgestellt. Die untersuchten Alterungsprozesse Hydratation, mechanische Degradation, Dehydratation und Depassivierung werden in Teilprozesse untergliedert. Die Dekomposition erlaubt die Identifikation von Teilprozessen mit gleichen Charakteristika, die zu Leitprozessen zusammengefasst werden.

Die theoretische Grundlage der physikalisch begründeten Modellgleichungen bildet die Theorie poröser Medien, die eine Betrachtung des porösen Betons als Kontinuum und somit eine makroskopische Beschreibung der auf der Mikroebene ablaufenden Deformations-, Transport- und Reaktionsvorgänge ermöglicht. Hierfür werden für die einzelnen Komponenten des porösen Betons die Bilanzgleichungen der Masse, der Energie sowie des Impulses aufgestellt und den definierten Leitprozessen zugeordnet.

Neben der übergeordneten Beschreibung mittels der Leitprozesse und der jeweiligen Bilanzgleichungen sind weitere material- und prozessspezifische Modellgleichungen erforderlich, die eine Berücksichtigung des Transport-, Reaktions- sowie Deformationsverhaltens von Beton ermöglichen. Entscheidend für eine erfolgreiche Prognose der zur Alterung führenden Transport- und Reaktionsprozesse ist dabei die Formulierung geeigneter Porenstruktur- und Feuchtespeichermodelle, die die alterungsbedingten Veränderungen berücksichtigen können. Des Weiteren ist zur Beschreibung der Transportprozesse eine Abbildung der physikalischen Eigenschaften der Porenfluide unter Berücksichtigung der Alterung von großer Bedeutung. Der Transport der Porenfluide sowie deren Komponenten ist im vorliegenden Modell mit dem DARCY-Gesetz und dem FICKSchen Gesetz erfasst. Der Wärmetransport erfolgt mittels Diffusion. Die chemischen Reaktionen sind mit entsprechenden Evolutionsgleichungen berücksichtigt. Die Modellgleichungen werden anhand von Experimenten und Literaturdaten validiert.

Die Beschreibung des Deformationsverhaltens des alternden Betons erfolgt unter Voraussetzung kleiner Verzerrungen. Das Kurzzeitdeformationsverhalten ist hier-

bei mit einem kombinierten Plastizitäts- und Schädigungsmodell erfasst, das zur Regularisierung um ein implizites Gradientenmodell erweitert wird. Für die Beschreibung des Langzeitdeformationsverhaltens von Beton werden die Verfestigungs- und Mikrovorspannungstheorien verwendet. Des Weiteren sind thermisch und hygrysch bedingte Volumenänderungen berücksichtigt, die unabhängig von mechanischen Beanspruchungen große Zwangsspannungen im Material hervorrufen und die Alterung beschleunigen können.

Für die Prognose des Alterungsprozesses ist eine numerische Umsetzung der vorgestellten Bilanz- und Modellgleichungen erforderlich. Im Rahmen dieser Arbeit sind für die Lösung der gekoppelten nichtlinearen Differenzialgleichungen im Raum die Finite-Elemente-Methode und in der Zeit das implizite EULER-Verfahren gewählt.

Die vielseitigen Einsatzmöglichkeiten des Prognosemodells werden anhand ausgewählter Fallstudien vorgestellt. Neben der Untersuchung von vorrangig eindimensionalen Alterungsprozessen und deren Kopplung in einer Betonscheibe wird der Einfluss der Alterung auf das Materialverhalten von Betonstützen infolge von Hochtemperaturbeanspruchungen analysiert. Abschließend werden die Alterungsprozesse im Übergangsbereich zwischen einer Stütze und einer Bodenplatte bei jahreszeitlich wechselnden Witterungsbedingungen und Tausalzbelastung untersucht und die Gefahr der einsetzenden Korrosion der Bewehrung ermittelt.





## 2 Leitprozesse und Leitvariablen

Die Prognose der Alterung von Betonbauteilen erfordert die Beschreibung der während der gesamten Lebensdauer ablaufenden wesentlichen Alterungsvorgänge. Die Alterungsvorgänge können dabei sowohl zeitgleich als auch nacheinander stattfinden und miteinander interagieren. Die Beschreibung unterschiedlicher Alterungsvorgänge sowie die Berücksichtigung deren Wechselwirkungen mit nur einem Modell erfordert eine formale Modellstruktur. Die Modellentwicklung ist in diesem Kapitel vorgestellt.

Zwei wesentliche Bestandteile des Prognosemodells stellen die Leitvariablen und die Leitprozesse dar, die unabhängig eines spezifischen Alterungsvorganges die Charakterisierung des Bauwerkszustandes sowie dessen Änderung erlauben. Die Identifikation der Leitprozesse und Leitvariablen erfolgt mithilfe der Analyse der im Werkstoff Beton ablaufenden Alterungsvorgänge.

### 2.1 Begriffsdefinition

Das Materialverhalten von Beton ist während der Lebensdauer eines Bauwerks nicht konstant. Die Veränderungen sind dabei wesentlich von der Zusammensetzung, dem Herstellungsprozess und äußeren Umwelteinflüssen abhängig. Viele Autoren wie BANGERT [5], BAROGHEL ET AL. [10] und GAWIN ET AL. [45] verwenden für die zeitliche Veränderung der Materialeigenschaften im Zusammenhang mit dem Werkstoff Beton den Begriff Degradation, der ausgehend von optimalen Materialeigenschaften deren Verschlechterung beschreibt.

Im Rahmen dieser Arbeit wird anstelle des Begriffes „Degradation“ der Begriff „Alterung“ eingeführt, der aus dem Bereich der Materialwissenschaft stammt und üblicherweise für Polymere Verwendung findet. Alterung bezeichnet die zeitliche, irreversible Änderung der physikalischen und chemischen Eigenschaften eines Materials, die sowohl positiv als auch negativ sein kann. Die Alterung ist ein natürlicher Prozess, der in Abhängigkeit physikalischer bzw. chemischer Einflüsse beschleunigt oder verlangsamt werden kann, vgl. DIN 50035 [36]. In Abbildung 2.1 sind Ursachen, Vorgänge und mögliche Erscheinungen der Alterung von Betonbauteilen dargestellt. Man unterscheidet Alterungsursachen nach ihrer Herkunft. Die inneren Alterungsursachen sind auf thermodynamische Instabilitäten, insbesondere im Zementstein, zurückzuführen. Dagegen beschreiben die äußeren Alterungsursachen alle von außerhalb des

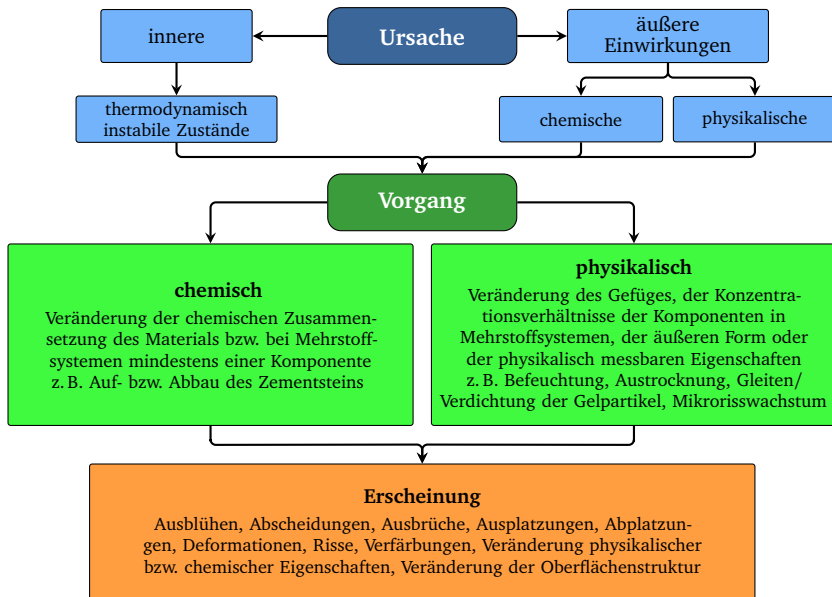


Abbildung 2.1: Alterung von Beton

Systems angreifenden chemischen und physikalischen Einflüsse wie z. B. wechselnde Klimabedingungen, Schadstoffbelastungen oder mechanische Beanspruchungen.

Die Alterungsursachen können sowohl chemische als auch physikalische Vorgänge auslösen. Chemische Alterungsvorgänge führen zu einer chemischen Veränderung des Materials. Ein Beispiel stellt die Reaktion von Wasser und Zement während des Abbindens dar. Dagegen sind physikalische Alterungsvorgänge im Beton bspw. von Konzentrationsänderungen der Porenfluide oder dem Wachstum von Mikrorissen begleitet. Die Auswirkungen der Alterungsvorgänge können unsichtbar sein, wenn sich physikalische Eigenschaften verändern. Andererseits sind sichtbare Folgen wie Ausblühungen oder Risse möglich. Der Begriff Alterung beschreibt somit wertneutral alle wesentlichen Alterungsvorgänge, die während der Lebensdauer eines Betonbauwerks ablaufen können.

Des Weiteren ist neben der chemischen und physikalischen Alterung auch eine konzeptionelle Alterung eines Bauwerks möglich. Die konzeptionelle Alterung beschreibt eine während der Lebensdauer des Bauwerks vollzogene Änderung geltender Normen und Richtlinien aufgrund neu gewonnener Kenntnisse über z. B. Einwirkungen, Materialeigenschaften oder Alterungsmechanismen. Als Konsequenz daraus genügen bspw. viele ältere Straßenbrücken infolge der starken Zunahme der Verkehrsbelastung nicht

mehr den heutigen Anforderungen. Der Fokus der vorliegenden Arbeit liegt jedoch auf den chemischen und physikalischen Alterungsvorgängen, die im Werkstoff Beton stattfinden.

Neben der Alterung ist der Begriff Prozess von wesentlicher Bedeutung für die vorliegende Arbeit. Dieser findet hier nach der Definition des Prozessmanagements Verwendung. Danach kennzeichnet ein Prozess „den Fluss und die Transformation von Material, Informationen, Operationen und Entscheidungen“. (OSTERLOH ET AL. [76], S.33) Ein Prozess besitzt eine zeitliche Ausdehnung und besteht in der Regel aus mehreren Teilprozessen, die sich wiederum aus Aktivitäten und Vorgängen zusammensetzen können. Somit ist die Alterung von Beton im Sinne des Prozessmanagements die Folge unterschiedlich ablaufender gekoppelter Alterungsprozesse.

## **2.2 Methodik bei der Modellentwicklung**

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Prognosemodell ermöglicht neben der Beschreibung einzelner Alterungsprozesse deren Kopplung. Die Kopplung unterschiedlicher Alterungsprozesse sowie die Berücksichtigung von Interaktionen zwischen den einzelnen Alterungsvorgängen erfordert eine formale Betrachtung der ablaufenden Prozesse. Hierbei steht nicht die Untersuchung der chemisch und physikalisch exakt ablaufenden Phänomene im Vordergrund, sondern die systematische Analyse der Alterungsprozesse und die Identifikation einheitlicher charakteristischer Teilprozesse, die Bestandteil mehrerer Alterungsprozesse sind.

Die Analyse der Alterungsprozesse erfolgt im Rahmen dieser Arbeit mit der Methode der Prozessorganisation, die in der Betriebswirtschaftslehre bei der Gestaltung von Geschäftsprozessen Anwendung findet. Die Prozessorganisation lässt sich nach SCHOLZ ET AL. [91] in die vier Phasen Prozessdefinition, Prozessstrukturierung, Prozessrealisation und Prozesskontrolle unterteilen.

Die Prozessdefinition beschreibt die Identifikation von Prozessen sowie die Festlegung ihrer grundlegenden Aufgaben bei erstmaliger Betrachtung. Jeder Prozess ist eindeutig mit einem definierten Start- und Endpunkt gekennzeichnet. Des Weiteren sind die Verantwortlichen und Beteiligten sowie die an die Prozesse gestellten Anforderungen zu benennen. Die Prozessstrukturierung ist maßgeblich durch die Dekomposition der Prozesse in Teilprozesse geprägt. Teilprozesse sind inhaltlich in sich abgeschlossene Vorgänge. Zwischen den Teilprozessen eines Prozesses existieren definierte Schnittstellen. Für die Entwicklung des Prognosemodells sind die Phasen drei und vier nicht relevant, da sie die Umsetzung bzw. Anwendung der Prozessorganisation mit anschließender Erfolgskontrolle anhand definierter Zielvorgaben beschreiben.

Das Vorgehen im Sinne der Prozessorganisation bei der Analyse der Alterungsprozesse, die die Grundlage des zu entwickelnden Prognosemodells bilden, ist in Tabelle

2.1 schematisch dargestellt. Phase 1 kennzeichnet die Analyse der Alterung des Werkstoffs Beton. Im vorliegenden Fall werden die Alterungsprozesse  $P_i$  mit  $i \in \{1, 2, 3\}$  definiert, alle Beteiligten benannt und Ursachen sowie Beginn und Ende festgelegt. Anschließend erfolgt in Phase 2 die Zerlegung der Alterungsprozesse in die Teilprozesse  $A_i$ ,  $B_i$  und  $C_i$ . Hierbei kann jeder Alterungsprozess aus einem oder aus mehreren von Teilprozessen bestehen. Beide Phasen werden für die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Alterungsprozesse in Abschnitt 2.4 vorgestellt.

Nach der Analyse und Identifikation der Alterungsprozesse sowie deren Zerlegung ist die Auswertung der gewonnenen Ergebnisse durchzuführen. Dabei wird nach Teilprozessen gesucht, die gleiche Charakteristika aufweisen und Bestandteil mehrerer Alterungsprozesse sind. Es handelt sich hierbei nicht zwangsläufig um gleiche Teilprozesse. Im Folgenden werden diese charakteristisch gleichen Teilprozesse übergeordnet als Leitprozesse definiert. Diese stellen einen wesentlichen Bestandteil des entwickelten Prognosemodells dar. Angewendet auf das Schema in Tabelle 2.1 kann man z. B. die Teilprozesse  $A_1$  und  $A_3$  zum Leitprozess A zusammenfassen. Die Leitprozesse besitzen somit die Charakteristika der einzelnen Teilprozesse, die sie repräsentieren. Für die Beschreibung der Physik der Teilprozesse sind jedoch zusätzliche Eigenschaften und Informationen erforderlich.

Die einzelnen Leitprozesse sowie deren beliebige Kombination ermöglichen eine formale Beschreibung unterschiedlicher Alterungsprozesse, die eine Zustandsänderung hervorrufen. Für die Charakterisierung des Bauwerkszustandes in Abhängigkeit der Alterung ist die Definition von Leitvariablen wesentlich. Diese entsprechen im Sinne der Thermodynamik den Zustandsgrößen, die den Bauwerkszustand zum betrachteten Zeitpunkt beschreiben. Ein Rückschluss auf den Verlauf der Alterungsgeschichte ist nicht möglich.

		Phase 1		
		Alterungsprozess		
		$P_1$	$P_2$	$P_3$
Phase 2	Teilprozess	$A_1$		$A_3$
		$B_1$	$B_2$	
		$C_1$	$C_2$	$C_3$

}

Identifikation der Leitprozesse A, B, C

Tabelle 2.1: Vorgehen bei der Modellentwicklung

### 2.3 Werkstoff Beton

Die Beschreibung der Alterungsprozesse von Beton setzt ein grundlegendes Verständnis für den Werkstoff sowie für die wesentlichen Phänomene, die zur Alterung

führen, voraus. Ein Überblick darüber ist schematisch in Abbildung 2.2 dargestellt. Der poröse, heterogene Werkstoff Beton besteht im Wesentlichen aus den Bestandteilen Zement, Wasser und Gesteinskörnung. Die Wahl der Ausgangsstoffe sowie deren Mischungsverhältnis prägen maßgeblich das Alterungsverhalten von Beton.

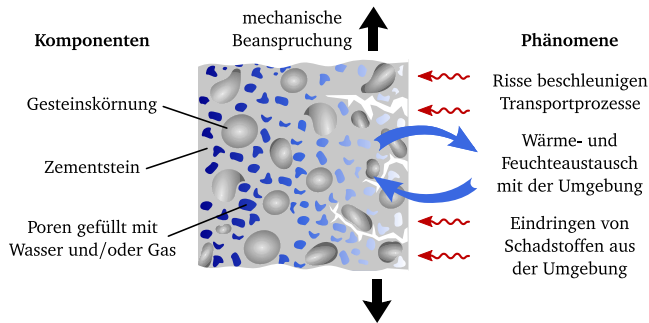


Abbildung 2.2: Zusammensetzung von Beton und die während der Alterung an der Bauteiloberfläche zu beobachtenden Phänomene

Als Gesteinskörnung können sowohl natürliche Rohstoffe wie z. B. Sand, Kies oder Split als auch industriell hergestellte Produkte wie Hüttensand zum Einsatz kommen. Des Weiteren ist die Verwendung von recyceltem Betonsplitt möglich. Die Porosität der Gesteinskörnung ist im Vergleich zu den übrigen Betonkomponenten im Allgemeinen um ein Vielfaches kleiner und kann daher vernachlässigt werden.

Zement ist ein hydraulisches Bindemittel. In Europa regelt die DIN EN 197-1 [37] die Einteilung der Zemente in die Arten CEM I bis CEM V und die Festigkeitsklassen 32,5, 42,5 und 52,5. Überwiegend kommen CEM I Portland-, CEM II Portlandkomposit- und CEM III Hochofenzement mit unterschiedlichen Festigkeitsklassen zum Einsatz. Die Unterscheidung der Zementarten erfolgt anhand der Zusammensetzung aus Portlandzementklinker und weiteren Haupt- und Nebenbestandteilen.

Die Zugabe von Wasser zum Zement führt zur Bildung des Zementleims, der in Abhängigkeit vom Verhältnis der Wassermasse bezogen auf die Zementmasse ( $w/z$ -Wert) unterschiedliche Konsistenzen von krümelig über zähflüssig bis hin zu dünnflüssig und wasserähnlich aufweisen kann. Die während der Hydratation des Zementleims entstehenden Hydratphasen wie Portlandit, Ettringit, Gipshydrat und Calcit sowie die C-S-H-Phase bilden das hoch poröse Zementgel. Aus dem Zementgel geht nach Verfestigung der Zementstein hervor, der das Korngerüst zunehmend stabilisiert und für die Festigkeit des Materials sorgt. Die Bildung der C-S-H-Phase erfolgt schon in einem sehr frühen Stadium der Hydratation. Sie besteht aus  $\text{CaO}$ -,  $\text{SiO}_2$ - und  $\text{H}_2\text{O}$ -Molekülen, die mit den in der Betontechnologie üblichen Schreibweisen C, S und H abgekürzt werden. Charakteristisch für die C-S-H-Phase ist die sehr komplexe, nade-

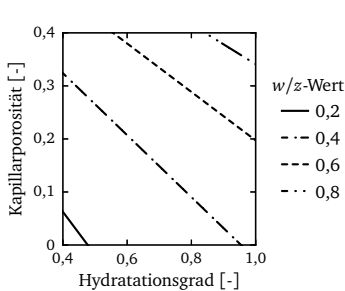
lige Struktur und die daraus resultierende sehr große Oberfläche. Dadurch wird die physikalische Adsorption von z. B. Wassermolekülen oder Chloridionen möglich.

Der Zementstein ist von Poren durchsetzt, die sowohl isoliert als auch zu einer zusammenhängenden Porenstruktur verbunden vorliegen können. Man unterscheidet die Poren nach Größe und Entstehungsart in Gelporen, Kapillarporen, Luftporen und Verdichtungsporen. Gelporen sind die kleinsten Poren. Nach VAN BREUGEL [99] liegt die durchschnittliche Größe im Bereich von 2 nm bis 100 nm. Die Gelporen entstehen während der Erhärtung im Zementgel und beschreiben den zwischen den Nadeln der C-S-H-Phase verbleibenden Zwischenraum. Der Gelporenanteil ist unabhängig von der Mischungsrezeptur und liegt bei etwa 25 % des Zementgelvolumens. Die um einige Zehnerpotenzen größeren Kapillarporen sind vor der Hydratation mit dem zum Zement zugegebenen Wasser gefüllt. Während der Reaktion wird Wasser im Zementstein gebunden und die Hydratationsprodukte wachsen in den Porenraum. Für  $w/z$ -Werte  $\geq 0,4$  steht ausreichend Wasser für die Hydratation zur Verfügung und nach vollständiger Reaktion verbleiben miteinander verbundene Kapillarporen im Zementstein, vgl. Abbildung 2.3.1. Das Volumen der Hydratationsprodukte ist dabei um ca. 6 g/100 g Zement kleiner als die Ausgangsstoffe, sodass bei versiegelter Lagerung der Zementstein schrumpft. Dieses Phänomen wird auch als chemisches Schwinden bezeichnet.

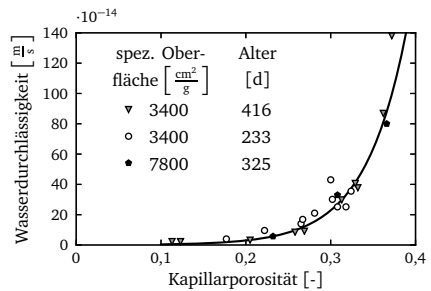
Luftporen sind künstlich eingebrachte, gleichmäßig verteilte Poren, die den Frost- und Frost-Tausalz-Widerstand verbessern. Verdichtungsporen, die größten Poren im Zementstein, gelangen beim Mischen des Betons in den Zementleim und werden bei der nachfolgenden Verdichtung nicht vollständig beseitigt.

Die Poren im Beton sind je nach Porenart partiell oder vollständig mit Porenwasser oder Porengas gefüllt. Dabei kann das Porenwasser in Abhängigkeit von der Temperatur in flüssiger Form oder als Wasserdampf vorliegen. In Abhängigkeit der Größe und der Vernetzung der Poren finden im Porenraum Transportvorgänge statt. In den mit Wasser gefüllten Gelporen ist aufgrund der Porengröße die Transportgeschwindigkeit sehr gering. In Luft- und Verdichtungsporen sind Transportprozesse nur unter hohem Druck möglich. Daher finden Transportvorgänge fast ausschließlich in den untereinander verbundenen Kapillarporen statt. Die Transportgeschwindigkeiten sind dabei wesentlich von der Größe und Beschaffenheit der Porenstruktur abhängig. Abbildung 2.3.2 zeigt die von POWERS [84] an unterschiedlich alten Betonen in Abhängigkeit der Kapillarporosität und der inneren spezifischen Oberfläche ermittelten Durchlässigkeitswerte sowie deren Approximation. Mit zunehmender Kapillarporosität ist ein Anstieg der Wasserdurchlässigkeit des Betons zu beobachten.

Bereits im jungen unbelasteten Beton sind Mikrorisse im Zementstein vorhanden. Die Risse entstehen, da die Gesteinskörnung die Deformation des Zementsteins, vorrangig infolge Schwinden, behindert. Bei Normalbeton tritt die Entwicklung der Mikrorisse aufgrund der geringeren Festigkeit vorrangig in der Kontaktzone zwischen Zementstein und Gesteinskörnung auf. Eine größere Gesteinskörnung



2.3.1: Kapillarporosität



2.3.2: Wasserdurchlässigkeit

Abbildung 2.3: Einfluss der Hydratation auf die Kapillarporosität nach JENSEN [54] und Wasserdurchlässigkeit des Zementsteins nach POWERS [84]

erhöht hierbei die Gefahr der Rissbildung. In Abhängigkeit der Belastung können Mikrorisse wachsen, sich verbinden und zur Ausbildung von Makrorissen führen, vgl. Abbildung 2.2. Verbundene Mikrorisse oder Makrorisse, die z. B. von der Oberfläche ins Bauteil reichen, erhöhen signifikant die Durchlässigkeit des Materials.

Infolge stetig wechselnder klimatischer Umgebungsbedingungen finden kontinuierlich Austauschvorgänge von Wärme und Wasser an der Oberfläche des porösen Werkstoffs statt, die eine Erwärmung bzw. Abkühlung und Austrocknung bzw. Befeuchtung oberflächennaher Schichten hervorrufen. In Abhängigkeit der entstehenden Gradienten sind die im Bauteil verlaufenden Transport- und Reaktionsprozesse unterschiedlich stark ausgeprägt. Neben dem Austausch von Wärme und Wasser können Schadstoffe aus der Umgebung wie z. B. Salze oder Kohlendioxid ( $\text{CO}_2$ ) in das Bauteil eindringen. Dabei ist im Beton sowohl der Transport der im Wasser gelösten Schadstoffe als auch der Transport von Schadstoffen im gasförmigen Zustand möglich.

Das Vorhandensein von Porenwasser ist ausschlaggebend für die Alterung von Beton. Eine Verlangsamung der Alterungsprozesse und eine Vermeidung der daraus resultierenden Schäden kann daher gelingen, sofern die Dichtigkeit erhöht, Risse minimiert sowie der Wassergehalt im Beton reduziert wird.

## 2.4 Alterungsprozesse im Beton

Die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Alterungsprozesse von Beton werden nachfolgend mit der in Abschnitt 2.2 vorgestellten Methodik analysiert. Im Fokus steht

dabei die Alterung infolge Hydratation, mechanischer Degradation, Dehydratation sowie Depassivierung. Eine Alterung aufgrund von Säure- oder Sulfatbeanspruchungen bzw. Alkali-Kieselsäurereaktionen ist nicht Gegenstand dieser Arbeit.

## 2.4.1 Hydratation

Der Prozess Hydratation beschreibt die Erhärtung des Zementleims zu Zementstein bei gleichzeitiger Entwicklung der Festigkeit. Die Hydratation ist eine spontane Reaktion zwischen Wasser und Zement, die mit Zugabe des Wassers beginnt. Die Reaktion führt zur Bildung der Hydratphasen und zum Aufbau des festen Zementsteins. Die Hydratation endet, wenn entweder der gesamte Zement hydratisiert oder kein für die Reaktion notwendiges Wasser mehr vorhanden ist.

Während der Hydratation ist die Bildung von Rissen infolge von Schwinden, abfließender Hydrationswärme oder äußeren Belastungen möglich, die das Alterungsverhalten signifikant beeinflussen. Die Rissbildung beginnt, wenn die durch Eigenspannungen, Zwang oder äußere Belastungen hervorgerufenen Zugspannungen die vom Hydratationsgrad abhängige Zugfestigkeit überschreiten.

Die Alterung des Materials während der Hydratation ist vor allem von der Festigkeitsentwicklung und der Ausbildung des Porensystems bestimmt. Letzteres beeinflusst darüber hinaus wesentlich die Transporteigenschaften des Materials und nimmt somit einen entscheidenden Einfluss auf das Alterungsverhalten während der gesamten Lebensdauer. Ein unvollständiger Hydrationsprozess, z. B. infolge einer fehlerhaften Nachbehandlung, hat im Vergleich zur optimalen Hydratation eine höhere Porosität und Durchlässigkeit zur Folge. Transportabhängige Alterungsprozesse finden somit schneller statt.

Die Dekomposition des Alterungsprozesses Hydratation in inhaltlich abgeschlossene Teilprozesse führt auf die chemische Reaktion Hydratation, den Transport von Porenwasser, Porengas und Wärme sowie die Deformation der Struktur. Die chemische Reaktion beschreibt die Bildung der Hydratphasen und führt zur Steigerung der Festigkeit. Gleichzeitig sinkt die Porosität. Das während der Reaktion gebundene Wasser und die frei werdende Wärme sind im Wasser- und Energiehaushalt zu berücksichtigen. Neben den zusätzlichen Quell- und Senktermen sowie den Austauschprozessen an der Bauteiloberfläche verursacht die Änderung des Porenvolumens zusätzliche Transportprozesse von Porenwasser und Porengas.

Der Teilprozess Deformation ist zum einen von der in Abhängigkeit vom Hydratationsgrad entwickelten Festigkeit geprägt. Zum anderen bewirken die Transport- und Reaktionsvorgänge und in der Folge die damit verbundenen Änderungen im Porenwasser-, Porengas- und Energiehaushalt einen Eigenspannungszustand. Überschreiten die Eigenspannung die vom Hydratationsgrad abhängige Festigkeit, so beginnt die Rissentwicklung. Ferner sind spannungs- bzw. verformungsabhängige



Kriech- und Relaxationsvorgänge möglich, die auf mikrostrukturellen Gleit- und Verdichtungsvorgängen zwischen den Gelporen sowie auf Diffusionsvorgängen von Wassermolekülen beruhen.

### **2.4.2 Mechanische Degradation**

Im Beton sind bereits während der Hydratation Mikrorisse im Zementstein vorhanden, vgl. Abschnitt 2.3. Außerdem liegt aufgrund der unterschiedlichen Komponenten eine heterogene Verteilung der Festigkeiten vor. Bei Normalbetonen weist bspw. die Kontaktzone zwischen Zementstein und Gesteinskörnung eine wesentlich geringere Festigkeit als der Zementstein auf. Physikalische Beanspruchungen wie z. B. äußere Lasten können bereits unterhalb der Beanspruchbarkeit des Materials zu lokalen Spannungskonzentrationen und zur Ausbildung und zum Wachstum von Mikrorissen führen. Eine Alterung des Betons, die als mechanische Degradation bezeichnet wird, ist die Folge. Anfang und Ende des Alterungsprozesses sind mit Beginn der Beanspruchung bzw. mit Erreichen eines endgültigen Deformationszustandes gekennzeichnet.

Die Dekomposition des Alterungsprozesses mechanische Degradation führt für den porösen Werkstoff Beton auf die Teilprozesse Deformation sowie Transport von Wärme, Porenwasser und Porengas. Der Teilprozess Deformation beschreibt das Deformationsverhalten des Betons infolge wechselnder thermischer und hygrischer Umgebungsbedingungen sowie mechanischer Belastungen. Dabei sind sowohl die spontan bei Beanspruchungsbeginn auftretenden Deformationen als auch die mit zunehmender Beanspruchungsdauer beobachtbaren zusätzlichen Deformationen, die auf Kriechvorgänge im Material zurückzuführen sind, berücksichtigt. Überschreiten die hervorgerufenen Spannungszustände die Beanspruchbarkeit des Materials, setzt die Mikrorissentwicklung ein.

Die Teilprozesse der Wärme-, Porenwasser- und Porengastransporte beschreiben die Veränderung des thermisch-hygrischen Zustandes im Porenraum. Grund hierfür können sowohl wechselnde Umgebungsbedingungen als auch die Deformation der festen Phase sein. Risse führen hierbei zur Beschleunigung der Transportprozesse.

### **2.4.3 Dehydratation**

Der Dehydratationsprozess beschreibt die Zersetzung des Zementsteins infolge sehr hoher Temperaturen, die im Laufe eines Brandereignisses auftreten. Während der Dehydratation wird der Zementstein abgebaut und das zuvor im Hydratationsprozess gebundene Wasser in Form von Wasserdampf freigegeben. Der Abbau des Zementsteins hat zum einen eine Abnahme der Festigkeit zur Folge und wird daher auch als

chemische Schädigung bezeichnet. Zum anderen führt die Zersetzung des Zementsteins in oberflächennahen Bereichen zu einer Vergrößerung der Porosität und zu einer Erhöhung der Durchlässigkeit des Materials.

Darüber hinaus können Hochtemperaturbeanspruchungen im Beton zu sichtbaren Schäden in Form von Abplatzungen führen, die aufgrund hoher Porendrücke oder Eigenspannungen entstehen. Als Folge der Abplatzungen ist die Bewehrung ungeschützt den Flammen ausgesetzt. Die entstehenden hohen Temperaturen führen zu einem ausgeprägten Festigkeitsverlust im Bewehrungsstahl. Als Folge kann die Tragfähigkeit des gesamten Bauteils beeinträchtigt werden. Neben der direkten Temperaturbeanspruchung können aggressive Gase, die in Abhängigkeit der Brandlast entstehen, zu weiteren Alterungsprozessen führen. Die bei der Verbrennung von Polyvinylchlorid (PVC) freigesetzten chlorwasserstoffhaltigen Brandgase kondensieren bei ausreichender Feuchte auf Bauteiloberflächen in Brandnähe. Die dabei gebildete Salzsäure greift den Zementstein an. Als Reaktionsprodukt entsteht Chlorid, das in das Bauteil eindringen und den Depassivierungsprozess auslösen kann.

Die Dehydratation beginnt bei Überschreitung einer kritischen Temperatur und endet entweder nach vollständiger Zersetzung des Zementsteins oder nach Erreichen der maximalen Temperatur. Der Prozessverlauf ist im Wesentlichen von den einwirkenden Temperaturen abhängig. Nach POON ET AL. [83] und KHOURY [58] sind im Anschluss eines Brandereignisses bei ausreichender Befeuchtung Rehydratationsprozesse zu beobachten.

Die Zerlegung des Alterungsprozesses Dehydratation führt auf die chemische Reaktion Dehydratation, auf den Transport von Wärme, Porenwasser und Poren gas sowie auf Deformationen. Die endotherme Reaktion beschreibt die Zersetzung der Zementsteinphasen, bei der Wasserdampf freigesetzt wird. Ferner sind infolge hoher Temperaturen Dekarbonatisierungsprozesse im Zementstein bei vorangegangener Karbonatisierung oder in kalkhaltigen Gesteinskörnungen möglich.

Neben den Reaktionen haben die ablaufenden Transportprozesse einen wesentlichen Einfluss auf den Alterungsprozess Dehydratation. Der im Brandfall auftretende schnelle Temperaturanstieg und der frei werdende Wasserdampf führen zu großen Temperatur- und Porendruckgradienten im Bauteil, die einen Wärmetransport sowie einen Transport der Porenfluide hervorrufen. Die steigende Porosität führt hierbei zu einer Beschleunigung der Transportprozesse der Porenfluide. Die während der Branddauer entstehenden hohen Porendrücke, die steigenden Eigenspannungen sowie die Reduzierung der Festigkeit des Materials infolge der Zersetzung des Zementsteins können zu Deformationen und zur Ausbildung sowie zum Wachstum von Mikrorissen führen. Diese sind mit dem Deformationsprozess beschreibbar.

#### 2.4.4 Depassivierung

Im Stahlbeton stellt der Beton für die Bewehrung einen natürlichen, dauerhaften Korrosionsschutz dar, der neben der abdichtenden Wirkung bei ausreichender Betondeckung im Wesentlichen auf der starken Alkalität der Porenlösung mit einem pH-Wert  $> 12,5$  beruht. Der hohe pH-Wert führt zur Ausbildung einer dünnen passivierenden Deckschicht auf der Oberfläche der Bewehrung. Der Alterungsprozess Depassivierung beschreibt den Verlust der Passivität des Bewehrungsstahls, der einerseits auf die Karbonatisierung, andererseits auf die Überschreitung einer kritischen Chloridkonzentration infolge eindringender Chloride zurückzuführen ist.

Im Anschluss der Depassivierung kann eine Schädigungsphase mit einsetzender Korrosion folgen, sofern weitere Voraussetzungen, wie z. B. eine ausreichende Sauerstoffkonzentration oder ein günstiges Feuchteverhältnis, erfüllt sind. Die Korrosion führt einerseits zur Verringerung des Stahlquerschnitts und damit zur Reduzierung der Tragfähigkeit der Bewehrung und des gesamten Bauteils. Andererseits kann die expansive Wirkung der Korrosion zu Schäden in Form von Rissen oder Abplatzungen im Beton bei gleichzeitiger Beschleunigung der Alterungsprozesse führen.

Der Fokus dieser Arbeit liegt auf dem Depassivierungsprozess, der auch als Einleitungsphase bezeichnet wird. Im Folgenden findet eine nähere Betrachtung der beiden vorgestellten Ursachen statt.

##### Depassivierung infolge Karbonatisierung

Der Prozess Karbonatisierung, der auch als chemische Alterung des Beton bezeichnet wird, beschreibt die Reaktion von in den Beton eindringendem Kohlendioxid ( $\text{CO}_2$ ) mit den Zementsteinphasen zu Karbonat, die sowohl die Struktur als auch die Eigenschaften des Zementsteins verändert. Die Karbonatisierung kann in Abhängigkeit von der Zementsorte verdichtend und festigkeitssteigernd wirken und ist damit für den Beton nicht direkt schädlich. Jedoch führt die Karbonatisierung zu einer Absenkung des pH-Wertes von  $\geq 12,5$  auf  $< 9,0$  und somit zu einer Neutralisation der Alkalität. Daraus folgt die Depassivierung der Bewehrung.

Die Karbonatisierung beginnt mit dem Eindringen von  $\text{CO}_2$  und endet entweder nach vollständiger Reaktion aller alkalischen Zementbestandteile und der damit verbundenen Depassivierung oder nach Einstellung des Transportes infolge eines Gleichgewichts zwischen den  $\text{CO}_2$ -Konzentrationen in der Umgebung und im Bauteil.

Aus der Dekomposition des Alterungsprozesses Depassivierung infolge Karbonatisierung folgen die chemische Reaktion Karbonatisierung, die Transportprozesse von  $\text{CO}_2$ , Porengas, Porenwasser und Wärme sowie Deformationen. Der Teilprozess chemische Reaktion beschreibt den mehrstufigen Reaktionsprozess zur Bildung von Karbonat, der im Porenwasser stattfindet. Das reagierte  $\text{CO}_2$  und das frei werdende Wasser sind

im  $\text{CO}_2$ - bzw. im Wasserhaushalt zu berücksichtigen. Der Transport von  $\text{CO}_2$  im Beton erfolgt fast ausschließlich im Porengas. Aufgrund der Wechselwirkung zwischen den Porenfluiden sind jedoch zusätzlich der Porenwasser- und Wärmetransport zu berücksichtigen. Der Deformationsprozess erfasst die Veränderung der Betonfestigkeit sowie die Ausbildung und das Wachstum von Mikrorissen. In der Regel ist jedoch sein Einfluss auf die Alterung infolge Depassivierung unbedeutend.

### **Depassivierung infolge Chlorid**

Der Prozess Depassivierung infolge Chlorid beschreibt die Zerstörung der Passivschicht an der Bewehrungsoberfläche durch die Überschreitung eines kritischen Chloridgehalts. Die entscheidende Größe für den Prozess stellt somit die Chloridkonzentration bzw. das Konzentrationsprofil im Bauteil dar. Hierbei ist eine Unterscheidung in chemisch bzw. physikalisch gebundenes Chlorid und freies Chlorid notwendig. Die Gefahr der Depassivierung geht nur von Letzterem aus.

In das Bauteil gelangen Chloride zum einen aus der Umgebung, wie beim Kontakt mit Meerwasser, beim Tausalzeinsatz oder bei Industriebränden beim Verbrennen von PVC-Kunststoffen. Zum anderen können Chloride auch von Beginn an über die Ausgangsstoffe als Eigenchloridgehalt im Bauteil enthalten sein. Letzteres ist nach DIN EN 206-1 [40] mit der Wahl geeigneter Ausgangsstoffe und Einhaltung eines unkritischen Höchstwertes des Gesamtchloridgehalts zu verhindern.

Der Prozess beginnt mit dem Eindringen von im Porenwasser gelösten Chloridionen in den porösen Zementstein und endet, sofern ein Gleichgewicht zwischen äußerer und bauteilinnerer Konzentration herrscht oder die zur Auflösung der Passivschicht führende kritische Chloridkonzentration überschritten ist.

Die Dekomposition des Depassivierungsprozesses infolge Chlorid führt auf die Bindung der Chloridionen im Zementstein, auf den Transport von Chloridionen, Porenwasser, Porengas und Wärme sowie auf Deformationen. Der Einfluss der Deformationen auf den Alterungsprozess Depassivierung ist, wie zuvor beschrieben, in der Regel unwesentlich. Der reversible Bindevorgang, der im Folgenden als Reaktion interpretiert wird, kann sowohl chemisch zwischen den Chloridionen und den unterschiedlichen Zementmineralien als auch physikalisch mittels Adsorption stattfinden. Letzteres ist in erster Linie auf die große innere Oberfläche der C-S-H-Phase zurückzuführen. Das gebundene Chlorid wird als Senke im Salzhaushalt berücksichtigt.

## **2.5 Identifikation der Leitprozesse und Leitvariablen**

Aus den oben vorgestellten Alterungsprozessen und deren Zerlegung in Teilprozesse können die für die Entwicklung des Prognosemodells erforderlichen Leitprozesse

Teilprozess	Alterungsprozess					Leitprozess
	Hydratation	mechanische Degradation	Dehydratation	Depassivierung Karbonatisierung	Chlorid	
Deformation	x	x	x	x	x	Deformation
Transport von Wärme	x	x	x	x	x	Transport
Porenwasser	x	x	x	x	x	
Porengas	x	x	x	x	x	
CO <sub>2</sub> Chlorid				x	x	
Hydratation	x					Reaktion
Dehydratation			x			
Karbonatisierung				x		
Chloridbindung					x	

Tabelle 2.2: Identifikation der Leitprozesse

identifiziert werden. Hierzu ist die Analyse der Alterungsprozesse aus Abschnitt 2.4 zusammenfassend in Tabelle 2.2 dargestellt.

Die Ergebnisse zeigen, dass jeder Alterungsprozess von Deformationen sowie unterschiedlichen Transport- und Reaktionsprozesse begleitet ist. Hierbei können die einzelnen Teilprozesse von verschiedenen Ursachen hervorgerufen werden. Zudem bestehen zwischen den Transport- bzw. Reaktionsprozessen Unterschiede hinsichtlich der transportierten Zustandsgrößen sowie den Reaktionsgleichungen und Reaktionsbedingungen. Jedoch weisen alle Deformations-, Transport- sowie Reaktionsprozesse jeweils die gleichen Charakteristika auf und können somit als Leitprozesse bezeichnet werden. Mit den so identifizierten Leitprozessen sind alle betrachteten Alterungsprozesse abbildbar, sodass eine Beschreibung der Zustandsänderungen des Betons während der gesamten Lebensdauer möglich ist.

Die Charakterisierung des Bauwerkszustandes zu jedem Zeitpunkt erfolgt mit den Leitvariablen. Eine Zuordnung der Leitvariablen zu den zugehörigen Leitprozessen ist in Tabelle 2.3 gegeben. Die das Deformationsverhalten des Bauwerks charaktéri-

	Leitprozesse		
	Deformation	Transport	Reaktion
<b>Leitvariable</b>	Verschiebung, mechanische Schädigung	Temperatur, relative Feuchte, Gasdruck, CO <sub>2</sub> - & Chloridkonzentration	Grad der Reaktion

Tabelle 2.3: Verknüpfung der Leitvariablen und Leitprozesse

sierende Leitvariable ist die Verschiebung. Zusätzlich wird im vorliegenden Modell zur Beschreibung des Deformationsverhaltens die mechanische Schädigung gewählt, da Risse in der Kontinuumsmechanik, die die Grundlage für das hier entwickelte Prognosemodell darstellt, nur verschmiert als mechanische Schädigung abgebildet werden können. Für die Transportprozesse von Wärme, Porenwasser, Poren gas,  $\text{CO}_2$  und Chlorid sind im Rahmen dieser Arbeit die Leitvariablen Temperatur, relative Feuchte, Druck der trockenen Komponente des Poren gasses, der im Folgenden vereinfacht als Gasdruck bezeichnet wird, sowie die Konzentrationen von  $\text{CO}_2$  und Chlorid gewählt. Des Weiteren ist für jeden Reaktionsprozess der Grad der Reaktion als Leitvariable definiert, der den Reaktionsfortschritt beschreibt. Sein Definitionsbereich liegt zwischen 0 (keine Reaktion) und 1 (vollständige Reaktion).

## 2.6 Prognosemodell

Das im Rahmen dieser Arbeit für die Beschreibung von Alterungsprozessen im Beton entwickelte Prognosemodell ist in Abbildung 2.4 schematisch dargestellt. Das Modell besteht aus den Bereichen Leitvariablen, Leitprozesse und Materialmodelle.

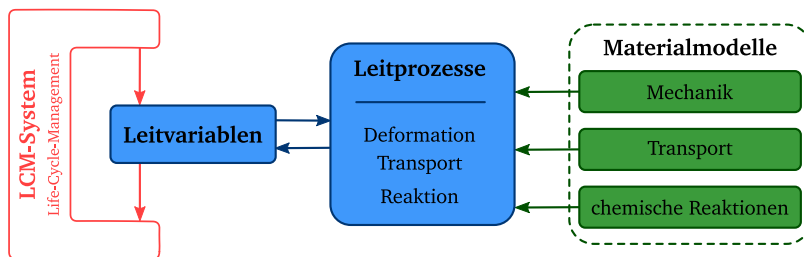


Abbildung 2.4: Prognosemodell

Die in Abschnitt 2.5 gewählten Leitvariablen sind die Beschreibungsgrößen, die den generellen Zustand des Bauwerks während der gesamten Lebensdauer charakterisieren. Die Leitvariablen stellen bis auf die mechanische Schädigung physikalische Zustandsgrößen dar, die jederzeit mit am Bauwerk gewonnen Daten verglichen werden können. In Abhängigkeit der zu beschreibenden Alterungsprozesse können die Leitvariablen temporär aktiviert bzw. deaktiviert werden. Deaktivierte Leitvariablen bleiben während des Alterungsprozesses konstant und gehen, sofern erforderlich als interne Variablen in den Prozess ein. Die Änderung der aktiven Leitvariablen kann zu jedem Zeitschritt bestimmt werden.

Mit den Leitprozessen erfolgt die Beschreibung der Änderung der Leitvariablen in Raum und Zeit. In Abhängigkeit der sich stetig ändernden vorherrschenden Alte-

rungsursachen können, analog zu den Leitvariablen, unterschiedliche Leitprozesse temporär aktiviert sein. Dabei ist jeder aktivierten Leitvariable genau ein Leitprozess zuzuordnen.

Neben der formalen Beschreibung mit Leitprozessen sind weitere Modelle erforderlich, die die spezifischen Eigenschaften des Materials abbilden und den Leitprozessen zugeordnet sind. Alle materialspezifischen Modelle zusammen bilden eine Bibliothek, die das Prognosemodell als dritten Bestandteil vervollständigt.

Die Materialbibliothek umfasst eine Vielzahl unterschiedlicher Materialmodelle zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens, des Transportverhaltens sowie der chemischen Reaktionen. Der Leitprozess Deformation ist wesentlich bei der Ermittlung der Strukturantwort, die hervorgerufen wird durch äußere mechanische Beanspruchungen sowie innere Ursachen, wie z. B. thermische Volumenänderungen oder Wechselwirkungen zwischen den Porenfluiden und der festen Phase. Die zugehörigen Materialmodelle erlauben die Beschreibung des Spannungs-Deformationsverhaltens. Im Prognosemodell stehen hierfür unterschiedliche Materialmodelle auf Grundlage der Plastizitäts- und der Visko-Elastizitäts-Theorie sowie deren Kopplung mit Modellen der Schädigungstheorie zur Verfügung.

Der Leitprozess Transport beschreibt die Charakteristika aller während der gesamten Lebensdauer ablaufenden Transportprozesse im Mehrphasensystem. Sowohl der Transport von Porenwasser, -gas und Wärme als auch von gasförmigen oder im Porenwasser gelösten Schadstoffen ist abbildbar. Die hierfür bereitgestellten Transportmodelle erlauben eine Beschreibung der Transportmechanismen der einzelnen Leitvariablen sowie deren Interaktionen.

Neben Deformation und Transport bildet die Reaktion den dritten Leitprozess. Für alle während der Lebensdauer ablaufenden Reaktionsprozesse sind Reaktionsgleichungen formuliert, die deren spezifischen Eigenschaften beschreiben. Dazu zählt zum einen die Kinetik der ablaufenden Reaktionen bzw. bei mehrstufigen Reaktionen die der einzelnen Reaktionsschritte. Zum anderen sind die infolge der Konzentrationsänderungen von Edukten und Produkten resultierenden Quell- und Senkterme in den Bilanzgleichungen zu berücksichtigen. Letztere gehen über den Leitprozess Reaktion in den Leitprozess Transport ein und führen zu einer Veränderung der zugehörigen Leitvariable.

Das vorliegende Prognosemodell weist eine hohe Flexibilität hinsichtlich der Anwendungsmöglichkeiten auf. Einerseits kann das Modell für die detaillierte Untersuchung einzelner und kombinierter Alterungsmechanismen sowie für die Analyse von aufgetretenen Schäden und zur Ermittlung möglicher Ursachen eingesetzt werden. Andererseits ist ein lebensdauerbegleitender Einsatz als zusätzliche Komponente eines Life-Cycle-Management-Systems (LCM-System) möglich.

Bei der Verwendung des Prognosemodells zur Untersuchung einzelner oder mehrerer Alterungsprozesse ist sowohl eine serielle Verknüpfung als auch die Parallelschal-

tung von Prozessen möglich. Ein Beispiel für eine serielle Verknüpfung stellt die Berücksichtigung der Alterung infolge der Hydratation in nachfolgenden Alterungsprozessen dar. Fehler im Herstellungsprozess können zu einer geringeren Festigkeit und einer höheren Durchlässigkeit führen und damit die Geschwindigkeiten der anschließenden Alterungsprozesse erhöhen. Dagegen wird bei der Untersuchung der Depassivierung, sofern sowohl eine äußere  $\text{CO}_2$ - als auch eine Salzbeanspruchung vorherrscht, eine Parallelschaltung beider Alterungsprozesse erforderlich. Wie in Abschnitt 2.4.4 beschrieben, ist je nach Prozessgeschwindigkeit die vorherrschende Chloridkonzentration oder die Karbonatisierung ursächlich für die Depassivierung. Die parallele Kopplung erlaubt zusätzlich die Berücksichtigung von Interaktionen zwischen den einzelnen Alterungsprozessen.

Die Kopplung des vorliegenden Prognosemodells mit einem übergeordneten LCM-System erfordert eine Definition von Schnittstellen, die einen Austausch der Leitvariablen sowie weiterer Informationen zu den vorherrschenden Alterungsursachen und dem betrachteten Zeitbereich ermöglichen. Aufbauend auf den Daten aus dem LCM-System kann mithilfe des Prognosemodells die Entwicklung des Bauwerkszustands infolge vorherrschender Alterungsprozesse über einen definierten Zeitbereich prognostiziert werden. Die veränderten Leitvariablen werden anschließend an das LCM-System zurückgegeben. Mithilfe des prognostizierten Alterungszustandes des Bauwerks ist eine bessere Aussage über die zu erwartende Lebensdauer möglich. Des Weiteren erlauben die Ergebnisse eine effektivere Planung und Umsetzung von Instandsetzungsmaßnahmen zur Verlängerung der Lebensdauer.



## 3 Grundgleichungen

Die zur Charakterisierung der Alterung von Beton definierten Leitprozesse müssen für das Prognosemodell mit physikalisch fundierten Modellgleichungen verknüpft werden. Die theoretische Grundlage bildet dabei die Theorie poröser Medien, die eine Betrachtung des porösen Betons als ein Kontinuum und somit eine makroskopische Beschreibung der auf Mikroebene ablaufenden Deformations-, Transport- und Reaktionsprozesse ermöglicht. Neben den theoretischen Grundlagen der Theorie poröser Medien sind in diesem Abschnitt die notwendigen Bilanzgleichungen sowie deren Zuordnung zu den definierten Leitprozessen beschrieben.

### 3.1 Theorie poröser Medien

Die Heterogenität des Werkstoffs Beton wird bereits hinreichend in Abschnitt 2.3 erläutert. Im Allgemeinen sind detaillierte Informationen über die Ausbildung der Mikrostruktur zur Erfassung der Heterogenität nicht vorhanden, somit ist eine Beschreibung der ablaufenden Phänomene auf der Mikroebene nahezu unmöglich. Mithilfe geeigneter Homogenisierungsstrategien können, wie in Abbildung 3.1 schematisch dargestellt, heterogen zusammengesetzte Werkstoffe über einen Kontrollraum verschmiert auf der Makroebene betrachtet werden. Hierzu wird im Rahmen dieser Arbeit die Theorie poröser Medien (TPM) verwendet, die sich additiv aus Elementen der Mischungstheorie und dem Konzept der Volumenanteile zusammen

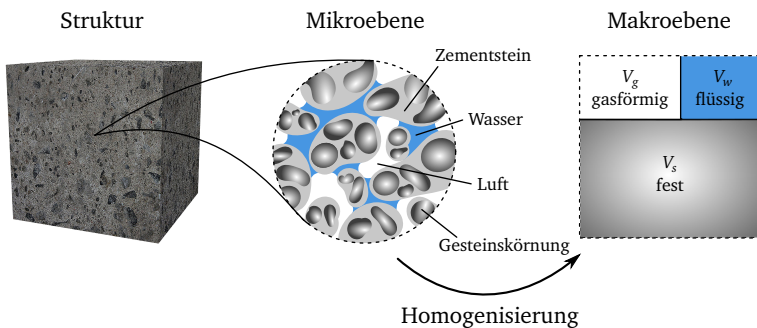


Abbildung 3.1: Theorie poröser Medien

setzt. Für eine Einführung in die TPM sei an dieser Stelle auf DE BOER [33] verwiesen. In der TPM sind die einzelnen Konstituierenden gleichzeitig und gemeinsam im gesamten Kontrollraum und an jedem Materialpunkt entsprechend ihrer Volumenanteile vorhanden. Damit ist eine kontinuumsmechanische Beschreibung auf der Makroebene möglich.

Der Homogenisierungsprozess erfolgt über ein Kontrollvolumen, das Repräsentative Volumenelement (RVE). Dabei muss das RVE einerseits groß genug sein, um alle Phasen sowie deren Eigenschaften hinreichend genau beschreiben zu können und eine statistische Aussage zu ermöglichen. Andererseits muss das RVE um ein Vielfaches kleiner sein als das Gesamtsystem, sodass z. B. Gradienten sinnvoll abgebildet werden können.

Im vorliegenden Modell sind die drei Phasen fest ( $s$ ), flüssig ( $w$ ) und gasförmig ( $g$ ) erfasst. Der partikuläre Volumenanteil jeder Phase folgt mit  $\alpha \in \{s, w, g\}$  zu

$$n_\alpha = \frac{dV_\alpha}{dV} \quad (3.1)$$

und beschreibt das Verhältnis zwischen dem Phasenvolumen  $V_\alpha$  und dem Gesamtvolumen  $V$ . Die auch als Partialvolumina bezeichneten Volumenanteile müssen das gesamte RVE ausfüllen. Damit gilt die Sättigungsbedingung

$$\sum_\alpha n_\alpha = 1. \quad (3.2)$$

Aus der Summe der Partialvolumina der flüssigen und gasförmigen Phasen folgt das Porenvolumen  $V_p$ . Die Porosität des Materials ist damit als Quotient aus dem Porenvolumen  $V_p$  und dem Gesamtvolumen  $V$  mit

$$n = \frac{dV_w + dV_g}{dV} = \frac{dV_p}{dV} = n_w + n_g = 1 - n_s \quad (3.3)$$

definiert. Die Sättigung des Porenraums mit Porenwasser oder Porengas kann mit

$$S_w = \frac{dV_w}{dV_p} = \frac{n_w}{n_p} \quad \text{bzw.} \quad S_g = \frac{dV_g}{dV_p} = \frac{n_g}{n_p} \quad (3.4)$$

bestimmt werden. Bei  $S_w = 1$  gilt das Material als vollständig mit Porenwasser gesättigt. Dagegen kennzeichnet  $S_w = 0$  einen ausgetrockneten Zustand. Alle Zustände dazwischen werden als ungesättigt bzw. teilgesättigt bezeichnet. Aus der Definition der Sättigung nach Gleichung (3.4) folgt zusätzlich  $S_w + S_g = 1$ . Somit kann die Sättigung einer Fluidphase direkt aus der anderen berechnet werden.

Mit der Definition der Volumenanteile ist eine Unterscheidung der Dichte in wahre Dichte  $\tilde{\rho}_\alpha$  und Partialdichte  $\rho_\alpha$  notwendig, die mit

$$\tilde{\rho}_\alpha = \frac{dm_\alpha}{dV_\alpha} \quad \text{und} \quad \rho_\alpha = \frac{dm_\alpha}{dV} \quad (3.5)$$

aus den Partialmassen  $m_\alpha$  folgen. Ein Zusammenhang zwischen der Partialdichte und der wahren Dichte kann mithilfe der Partialvolumina mit

$$\rho_\alpha = \frac{dm_\alpha}{dV_\alpha} \frac{dV_\alpha}{dV} = \tilde{\rho}_\alpha n_\alpha \quad (3.6)$$

hergestellt werden. Setzt man die Inkompressibilität der Phase  $\alpha$  voraus, bleibt die wahre Dichte konstant. Die Partialdichte ändert sich jedoch aufgrund variabler partikularer Volumenanteile.

## 3.2 Bilanzgleichungen

Die Beschreibung der während der Alterung von Beton ablaufenden Deformations- und Transportprozesse erfordert die Formulierung mathematischer Modellgleichungen zur Bilanzierung der Masse, der Energie, des Impulses sowie des Drehimpulses für jede Phase  $\alpha$  bzw. deren Komponenten  $\pi$ . Die nachfolgend vorgestellten makroskopischen Bilanzgleichungen folgen aus der Homogenisierung der auf der Mikroebene aufgestellten Erhaltungsgleichungen. Für eine ausführliche Herleitung des Homogenisierungsprozesses in Mehrkomponentensystemen sei auf GRAY [49] sowie LEWIS & SCHREFLER [64] verwiesen.

### 3.2.1 Massebilanz

Die Bilanzierung der Masse kann allgemein für jede Phase  $\alpha$  mit

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_\alpha \tilde{\rho}_\alpha) + \nabla \cdot (n_\alpha \tilde{\rho}_\alpha \mathbf{v}_\alpha) = J_\alpha + s_\alpha \quad (3.7)$$

erfolgen. Der erste Anteil beschreibt hierbei die zeitliche Änderung der Masse lokal in einem Materialpunkt. Ursache der lokalen Änderung können der Massetransport mit der zugehörigen Geschwindigkeit  $\mathbf{v}_\alpha$ , der Masseaustausch zwischen der Phase  $\alpha$  und allen anderen Phasen über die Phasengrenze, deren Summe mit  $J_\alpha$  erfasst ist, sowie Quellen und Senken  $s_\alpha$  aus internen Reaktionsprozessen sein.

Eine weitere Unterteilung der einzelnen Phasen  $\alpha$  in deren Komponenten  $\pi$  führt auf die detaillierte Massebilanz

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_\alpha w_\alpha^\pi \tilde{\rho}_\alpha) + \nabla \cdot (n_\alpha w_\alpha^\pi \tilde{\rho}_\alpha \mathbf{v}_\alpha) + \nabla \cdot (n_\alpha w_\alpha^\pi \tilde{\rho}_\alpha \mathbf{v}_\alpha^\pi i_\alpha) = J_\alpha^\pi + n_\alpha r_\alpha^\pi + s_\alpha^\pi, \quad (3.8)$$

die für jede Komponente  $\pi$  zu formulieren ist. Hierbei stellt  $w_\alpha^\pi$  die Konzentration der Komponenten in  $\text{kg}/\text{kg}$  der Phase  $\alpha$  dar. Zusätzlich zum bereits beschriebenen konvektiven Massetransport ist mit dem dritten Term und der Diffusionsgeschwindigkeit  $\mathbf{v}_\alpha^\pi$  die Diffusion der Komponente  $\pi$  in der Phase  $\alpha$  berücksichtigt. Des Weiteren wird auf

der rechten Seite neben dem Masseaustausch auf der Phasengrenze  $J_\alpha^\pi$  die Reaktion innerhalb der Phase  $\alpha$  mit  $n_\alpha r_\alpha^\pi$  erfasst.

Ausgehend von Gleichung (3.7) und (3.8) werden nachfolgend die notwendigen Massebilanzen hergeleitet. Alle Quellterme sind positiv definiert. Entsprechend der betrachteten Reaktionsprozesse sind die Vorzeichen anzupassen.

### Feste Phase

Die Masseänderung der festen Phase ist mit

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_s \tilde{\rho}_s) + \nabla \cdot (n_s \tilde{\rho}_s \mathbf{v}_s) = s_s \quad (3.9)$$

definiert. Hierbei ist  $\mathbf{v}_s$  die Geschwindigkeit der festen Phase und  $s_s$  der Quellterm aus Reaktionsprozessen, die zur Veränderung der festen Phase führen. Der Masse-transport  $J_s$  kann aufgrund der geringen Geschwindigkeit der reaktionsbedingten Phasengrenzbewegung vernachlässigt werden.

### Porenwasser

Die Änderung des Porenwassergehalts folgt mit der Porosität  $n$ , der Sättigung  $S_w$  sowie der Relativgeschwindigkeit  $\mathbf{v}_{ws}$  zwischen flüssiger und fester Phase analog zur Feststoffphase zu

$$\frac{\partial}{\partial t} (n S_w \tilde{\rho}_w) + \nabla \cdot (n S_w \tilde{\rho}_w \mathbf{v}_s) + \nabla \cdot \underbrace{(n S_w \tilde{\rho}_w \mathbf{v}_{ws})}_{\mathbf{q}_w} = J_w + s_w \quad (3.10)$$

In Gleichung (3.10) erfasst  $\mathbf{q}_w$  den Massefluss des Porenwassers. Des Weiteren beschreibt  $J_w$  den Massetransport infolge von Kondensation bzw. Verdampfen bei stationärer Phasengrenze. Ferner ist mit dem Quellterm  $s_w$  die Berücksichtigung von z. B. bei der Hydratation, der Dehydratation oder der Karbonatisierung frei werdendem bzw. verbrauchtem Wasser möglich.

### Wasserdampf

Die Änderung des Wasserdampfes, die als Komponente der Gasphase mit dem Index  $v$  gekennzeichnet ist, folgt analog zur Porenwasserbilanz zu

$$\frac{\partial}{\partial t} (n S_g \tilde{\rho}_v) + \nabla \cdot (n S_g \tilde{\rho}_v \mathbf{v}_s) + \nabla \cdot \underbrace{(n S_g \tilde{\rho}_v \mathbf{v}_{gs})}_{\mathbf{q}_v} + \nabla \cdot \underbrace{(n S_g \tilde{\rho}_v \mathbf{v}_g^v)}_{\mathbf{q}_{va}} = J_v + s_g^v \quad (3.11)$$

Neben dem konvektiven Massefluss  $\mathbf{q}_v$  infolge der Relativgeschwindigkeit  $\mathbf{v}_{gs}$  zwischen der flüssigen und der festen Phase ist zusätzlich ein diffusiver Massetransport  $\mathbf{q}_{va}$  mit der Diffusionsgeschwindigkeit  $\mathbf{v}_g^v$  innerhalb des Poren-gases möglich. Des

Weiteren kann mit  $J_v$  der Massetransport infolge von Kondensation bzw. Verdampfen bei instationärer Phasengrenze berücksichtigt werden. Alle Quellen und Senken von Wasserdampf sind in  $s_g^v$  zusammengefasst.

### Trockene Luft

Die Änderung der trockenen Luft, die als Komponente der Gasphase mit  $a$  gekennzeichnet ist, kann analog zur Wasserdampfbilanz mit

$$\frac{\partial}{\partial t} (n S_g \tilde{\rho}_a) + \nabla \cdot (n S_g \tilde{\rho}_a \mathbf{v}_s) + \underbrace{\nabla \cdot (n S_g \tilde{\rho}_a \mathbf{v}_{gs})}_{\mathbf{q}_a} + \underbrace{\nabla \cdot (n S_g \tilde{\rho}_a \mathbf{v}_g^a)}_{\mathbf{q}_{av}} = 0 \quad (3.12)$$

formuliert werden. Hierbei ist  $\mathbf{q}_{av}$  der diffusive Massefluss der trockenen Luft innerhalb der Gasphase. Quellen und Senken sind nicht berücksichtigt, da bei den im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Alterungsprozessen keine trockene Luft verbraucht bzw. freigesetzt wird.

### Salz

Salz liegt im porösen Beton nahezu ausschließlich gelöst als Komponente des Porenwassers vor. Mit Einführung des Index  $\gamma$  für Salz kann die Änderung der Salzkonzentration  $w_w^\gamma$  analog zum Porenwasser mit

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (n S_w w_w^\gamma \tilde{\rho}_w) + \nabla \cdot (n S_w w_w^\gamma \tilde{\rho}_w \mathbf{v}_s) \\ + \underbrace{\nabla \cdot (n S_w w_w^\gamma \tilde{\rho}_w \mathbf{v}_{ws})}_{\mathbf{q}_\gamma} + \underbrace{\nabla \cdot (n S_w w_w^\gamma \tilde{\rho}_w \mathbf{v}_w^\gamma)}_{\mathbf{q}_{\gamma w}} = s_w^\gamma \end{aligned} \quad (3.13)$$

beschrieben werden. Neben dem konvektiven Transport  $\mathbf{q}_\gamma$  ist der diffusive Massefluss  $\mathbf{q}_{\gamma w}$  von Salzionen innerhalb der flüssigen Phase erfasst. Des Weiteren sind mit  $s_w^\gamma$  Quellen und Senken aufgrund chemischer und physikalischer Bindungsprozesse zwischen Salz und Zementstein berücksichtigt.

### Kohlendioxid

$\text{CO}_2$  liegt im Beton fast ausschließlich gasförmig innerhalb der Poren vor und ist im Rahmen dieser Arbeit als Komponente  $w_g^\kappa$  der trockenen Luft mit dem Index  $\kappa$  für  $\text{CO}_2$  berücksichtigt. Die Änderung der  $\text{CO}_2$ -Konzentration folgt mit

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (n S_g w_g^\kappa \tilde{\rho}_a) + \nabla \cdot (n S_g w_g^\kappa \tilde{\rho}_a \mathbf{v}_s) \\ + \underbrace{\nabla \cdot (n S_g w_g^\kappa \tilde{\rho}_a \mathbf{v}_{gs})}_{\mathbf{q}_\kappa} + \underbrace{\nabla \cdot (n S_g w_g^\kappa \tilde{\rho}_a \mathbf{v}_g^\kappa)}_{\mathbf{q}_{\kappa a}} = s_g^\kappa. \end{aligned} \quad (3.14)$$

In Gleichung (3.14) beschreiben  $\mathbf{q}_{\kappa\alpha}$  den diffusiven Massetransport von  $\text{CO}_2$  innerhalb der Gasphase sowie  $s_g^*$  die Quellen und Senken infolge von Karbonatisierung bzw. Dekarbonatisierung.

### Zusammenfassung der Massebilanzen

Für den vorgestellten Satz an Massebilanzen werden folgende Vereinfachungen vorgenommen. Zum einen können die Erhaltungsgleichungen für Wasser und Wasserdampf bei Annahme eines Gleichgewichts zwischen den Masseströmen  $J_w$  und  $J_v$  zusammengefasst werden. Mit dem Quellterm  $s_w$ , der alle flüssigen und gasförmigen Wasserquellen und -senken erfasst, folgt die Wasserbilanz zu

$$\frac{\partial}{\partial t} (n S_w \tilde{\rho}_w + n S_g \tilde{\rho}_v) + \nabla \cdot ((S_w \tilde{\rho}_w + S_g \tilde{\rho}_v) \mathbf{v}_s) + \nabla \cdot (\mathbf{q}_w + \mathbf{q}_v + \mathbf{q}_{va}) = s_w + (S_w \tilde{\rho}_w + S_g \tilde{\rho}_v) \underbrace{\frac{1}{\tilde{\rho}_s} \left( -\frac{\partial}{\partial t} ((1-n) \tilde{\rho}_s) + s_s \right)}_{c_s}. \quad (3.15)$$

Zum anderen kann die Bilanz der festen Phase analog dem Vorschlag von GAWIN ET AL. [45] eliminiert werden. Hierzu ist eine Normierung von Gleichung (3.9) mit  $\tilde{\rho}_s$  und anschließender Addition zu allen anderen Massebilanzen notwendig. In Gleichung (3.15) wird dieses Vorgehen beispielhaft demonstriert.

### 3.2.2 Energiebilanz

Die Änderung der Enthalpie ist analog zu den Massebilanzen für jede Phase zu formulieren. Ausgehend vom ersten Hauptsatz der Thermodynamik folgt mit der spezifischen Wärmekapazität  $c_{pa}$ , dem Flussvektor  $\mathbf{Q}_\alpha$ , dem Energiefluss  $I_\alpha$  über die Phasengrenzen von  $\alpha$ , der Energieänderung  $J_{e,\alpha}$  aus der Lageänderung der Phasengrenzen sowie dem Quellterm  $s_{e,\alpha}$  die Energiebilanz zu

$$c_{pa} n_\alpha \tilde{\rho}_\alpha \frac{\partial T}{\partial t} + c_{pa} n_\alpha \tilde{\rho}_\alpha \mathbf{v}_\alpha \cdot \nabla T - \nabla \cdot (\mathbf{Q}_\alpha) = I_\alpha + J_{e,\alpha} + s_{e,\alpha}. \quad (3.16)$$

Die mechanisch gespeicherte Energie hat in den betrachteten Alterungsprozessen nur einen geringen Einfluss auf die Energiebilanz und ist daher vernachlässigt. Ausgehend von Gleichung (3.16) kann die Energiebilanz der einzelnen Phasen formuliert werden. Für die feste Phase gilt mit Vernachlässigung der Phasenverschiebung  $J_s = 0$

$$(1-n) c_{ps} \tilde{\rho}_s \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (\mathbf{Q}_s) = I_s + s_{e,s}. \quad (3.17)$$

Alle Energiequellen und -senken der chemischen Reaktionen sind in dieser Arbeit der festen Phase zugeordnet. Analog zu Gleichung (3.17) gilt für die flüssige Phase

$$c_{pw}nS_w\tilde{\rho}_w\frac{\partial T}{\partial t} + c_{pw}nS_w\tilde{\rho}_w\mathbf{v}_{ws} \cdot \nabla T - \nabla \cdot (\mathbf{Q}_w) = I_w - J_w h_w . \quad (3.18)$$

Die Energieänderung infolge der Verschiebung der Phasengrenze beim Verdampfen und Kondensieren ist mit dem Massefluss  $J_w$  und der spezifischen Enthalpie  $h_w$  an der Phasengrenze berücksichtigt. Entsprechend folgt mit  $h_v$  die für alle Komponenten der Gasphase zusammengefasste Energiebilanz zu

$$c_{pg}nS_g\tilde{\rho}_g\frac{\partial T}{\partial t} + c_{pg}nS_g\tilde{\rho}_g\mathbf{v}_{gs} \cdot \nabla T - \nabla \cdot (\mathbf{Q}_g) = I_g - J_v h_v . \quad (3.19)$$

Die Addition der einzelnen Bilanzgleichungen (3.17) bis (3.19) zur Energiebilanz des porösen Mediums erfolgt unter der Voraussetzung eines isothermen Gleichgewichts  $T = T_s = T_w = T_g$ , wodurch die Energieflüsse über die Phasengrenzen mit  $\sum_{\alpha} I_{\alpha} = 0$  verschwinden. Mit der Definition der effektiven Wärmekapazität von Beton

$$C_{pc} = (1 - n)\tilde{\rho}_s c_{ps} + n(S_w\tilde{\rho}_w c_{pw} + S_g\tilde{\rho}_g c_{pg}) , \quad (3.20)$$

der spezifischen Verdampfungsenthalpie  $\Delta h_{vap} = h_v - h_w$  zur Berücksichtigung der Energieänderung beim Phasenübergang von Wasser zu Wasserdampf bzw. umgekehrt, dem diffusiven Wärmestrom  $\mathbf{q}_e = \sum_{\alpha} \mathbf{Q}_{\alpha}$  sowie dem Quellterm  $s_e$  folgt die Energiebilanz zu

$$C_{pc}\frac{\partial T}{\partial t} + (c_{pw}\mathbf{q}_w + c_{pg}(\mathbf{q}_a + \mathbf{q}_v)) \cdot \nabla T - \nabla \cdot (\mathbf{q}_e) - J_w \Delta h_{vap} = s_e . \quad (3.21)$$

### 3.2.3 Impulsbilanz

In einem Mehrphasensystem kann der Impuls jeder Phase  $\alpha$  nach DE BOER [33] mit

$$\rho_{\alpha}\mathbf{a}_{\alpha} - \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma}_{\alpha}) - \rho_{\alpha}\mathbf{g} - I_{i,\alpha} - J_{i,\alpha} = \mathbf{0} \quad (3.22)$$

bilanziert werden. Dabei ist  $\mathbf{a}_{\alpha}$  die Beschleunigung,  $\boldsymbol{\sigma}_{\alpha}$  der Spannungstensor sowie  $\mathbf{g}$  die Gravitationskraft. Des Weiteren wird mit  $I_{i,\alpha}$  die volumenbezogene Interaktionskraft zwischen der Phase  $\alpha$  und den weiteren Phasen erfasst. Der letzte Term beschreibt eine Impulsänderung infolge der Verschiebung der Phasengrenze.

In den hier untersuchten Prozessen sind die Beschleunigungen  $\mathbf{a}_{\alpha}$  sowie die Geschwindigkeiten der Phasenverschiebung  $J_{i,\alpha}$  der einzelnen Phasen vernachlässigbar klein und werden daher nicht berücksichtigt. Des Weiteren gilt die Zwangsbedingung  $\sum_{\alpha} I_{i,\alpha} = 0$ . Somit ist die Summe aller Interaktionskräfte zwischen den einzelnen Phasen null. Die Impulsbilanz für das Mehrphasensystem folgt damit nach Summation von Gleichung (3.22) über alle Phasen und Einführung der gemittelten Dichte  $\rho_c$  für Beton sowie dem makroskopischen CAUCHY Spannungstensor  $\boldsymbol{\sigma}$  zu

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma}) + \rho_c \mathbf{g} = \mathbf{0} . \quad (3.23)$$

### 3.2.4 Drehimpulsbilanz

In der Theorie poröser Medien ist eine Bilanzierung des Drehimpulses für jede Phase  $\alpha$  notwendig, da Interaktionsmomente zwischen den Komponenten auftreten und zur Änderung des jeweiligen Drehimpulses führen können. Die Summation der Drehimpulsbilanzen aller Phasen führt auf einen symmetrischen makroskopischen Spannungstensor. Zusätzlich liegt bei Annahme nichtpolarer Komponenten eine Symmetrie des Spannungstensors der einzelnen Phasen vor. Somit gilt

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T \quad \text{und} \quad \boldsymbol{\sigma}_\alpha = (\boldsymbol{\sigma}_\alpha)^T . \quad (3.24)$$

## 3.3 Kopplung von Leitprozessen und Bilanzgleichungen

Die Bilanzgleichungen bilden die mathematische Grundlage des entwickelten Prognosemodells und sind abschließend mit den Leitprozessen, die eine formale Beschreibung der ablaufenden Alterungsprozesse erlauben, zu verknüpfen. Abbildung 3.2 stellt diese Kopplung schematisch dar.

Dem Leitprozess Deformation ist die Impulsbilanz (3.23) zugeordnet, die die Änderung der Leitvariable Verschiebung beschreibt. Für die mechanische Schädigung, die die zweite Leitvariable des Deformationsprozesses darstellt, liegt keine separate Bilanzgleichung vor. Daher sind geeignete Materialmodelle zur Beschreibung der Entwicklung der mechanischen Schädigung notwendig, die in Kapitel 5 vorgestellt werden.

Die Masse- und Energiebilanzen aus Abschnitt 3.2.1 und 3.2.2 sind mit dem Leitprozess Transport verknüpft und beschreiben die Änderung der jeweiligen Leitvariable. In Abbildung 3.2 ist eine vereinfachende Bilanzgleichung für die Leitvariable  $v_i$  angegeben, die in allgemeiner Form alle Masse- und Energiebilanzen abbildet. Sind mehrere Transportprozesse gleichzeitig aktiv, so treten Interaktionen zwischen den einzelnen Prozessen auf und führen in der Bilanz  $i$  zu zusätzlichen Speicher- bzw. Transporttermen. Hierbei beschreiben  $c_i^j$  die stoffabhängige Speicherkapazitäten sowie  $\mathbf{q}_i^j$  die Masse- bzw. Wärmeströme der Leitvariable  $j$ .

Zwischen den Leitprozessen Deformation und Transport sind physikalische Kopplungen vorhanden, die direkt bzw. indirekt in den Bilanzgleichungen enthalten sind. Eine Deformation des Materials führt z. B. zur Änderung des Massegehalts und induziert Transportprozesse. Dagegen haben Transportprozesse eine lokale Masseänderung und somit eine Änderung des Porendrucks zur Folge, wodurch Deformationen hervorgerufen werden. Eine detaillierte Diskussion der einzelnen Kopplungsanteile erfolgt in den Kapiteln 4 und 5.

Für den Leitprozess Reaktion ist keine Bilanzgleichung formuliert. Vielmehr beschreibt der Leitprozess Reaktion die Kopplung zwischen den mit Materialmodellen



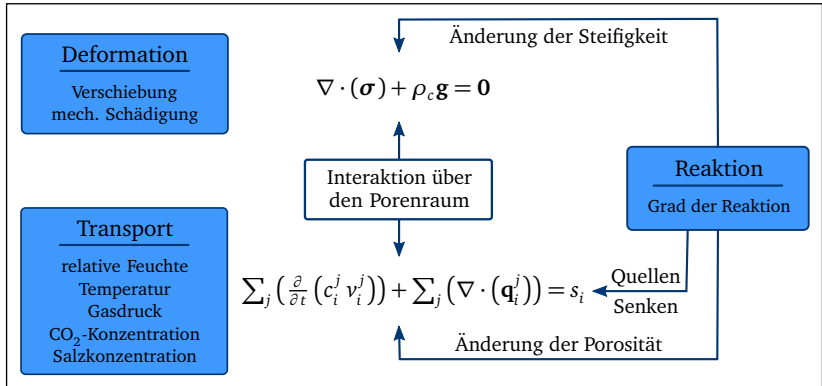


Abbildung 3.2: Kopplung von Leitprozessen und Bilanzgleichungen

definierten chemischen Reaktionen und den Transportprozessen über entsprechende Quell- und Senkterme. Weitere Einflüsse der Reaktionen auf die Leitprozesse Deformation und Transport, wie z. B. Änderungen der Steifigkeit und der Porosität infolge von Reaktionen im Zementstein, sind direkt über die zugehörigen Leitvariablen berücksichtigt.



## 4 Transport- und Reaktionsprozesse

Die in Kapitel 2 eingeführten Leitprozesse Transport und Reaktion sind in Kapitel 3 mit den Bilanzgleichungen verknüpft und erlauben eine allgemeine Beschreibung der im Beton ablaufenden Transport- und Reaktionsprozesse. Zusätzlich sind Materialmodelle notwendig, die die spezifischen Eigenschaften des Werkstoffs Beton abbilden und diesen Leitprozessen zugeordnet sind. Die Materialmodelle stellen neben den Leitvariablen und den Leitprozessen den dritten Bestandteil des entwickelten Prognosemodells dar und werden im Folgenden vorgestellt.

Neben dem verwendeten Porenstrukturmodell, dem Feuchtespeichermmodell zur Beschreibung der Porensättigung und den physikalischen Eigenschaften der Porenfluide während der Alterung werden die Modellgleichungen der im Beton ablaufenden Transport- und Reaktionsprozesse im Einzelnen vorgestellt.

### 4.1 Porosität

Die Porosität im Beton bestimmt maßgeblich die mechanischen Eigenschaften sowie die Transporteigenschaften und beeinflusst somit signifikant das Alterungsverhalten des Materials. Die Ausbildung der Porenstruktur ist dabei vor allem von den Ausgangsstoffen und deren Mischungsverhältnissen sowie dem Verlauf des Hydrationsprozesses abhängig. Eine detaillierte Beschreibung der unterschiedlichen Porenarten ist bereits in Abschnitt 2.3 gegeben.

Zur Bestimmung der Porosität des Materials sind genaue Kenntnisse über die Volumenverteilung der einzelnen Phasen sowie deren Komponenten im Material erforderlich. Hierzu wird im Rahmen dieser Arbeit das von LURA ET AL. [66] vorgestellte Porenstrukturmodell verwendet. Es beruht auf dem von POWERS ET AL. [84] zur Bestimmung der Porosität von zementgebundenen Materialien in isolierten Systemen vorgestellten Modell und wird vom Autor für die Anforderungen von hochfesten Betonen weiterentwickelt. In Abhängigkeit der Ausgangsstoffe Wasser, Zement und Silicastaub, deren Anteile mit dem  $w/z$ - bzw.  $s/z$ -Wert erfasst sind, sowie dem Hydrationsfortschritt, der mit dem Hydrationsgrad  $m$  berücksichtigt ist, sind die einzelnen Volumenanteile mit

Zement	$V_z = k_n (1 - p_n) (1 - m)$
Silicastaub	$V_{si} = k_n 1,43 \text{ s/z} (1 - p_n) (1 - m)$
Zementstein	$V_{zs} = k_n (1,52 + 0,74 \text{ s/z}) (1 - p_n) m$
Gelporen	$V_{gp} = k_n (0,6 + 1,57 \text{ s/z}) (1 - p_n) m$
Kapillarporen	$V_{kp} = p_n - k_n (1,32 + 1,57 \text{ s/z}) (1 - p_n) m$
chemisches Schwinden	$V_{cs} = k_n (0,2 + 0,69 \text{ s/z}) (1 - p_n) m$

beschrieben. Dabei ist die Summe der einzelnen Volumenanteile stets eins und die zusätzlichen Parameter sind zu

$$p_n = \frac{w/z}{\left( w/z + \frac{\tilde{\rho}_w}{\tilde{\rho}_z} + \frac{\tilde{\rho}_w}{\tilde{\rho}_{si}} \text{ s/z} \right)} \quad \text{und} \quad k_n = \frac{1}{\left( 1 + \frac{\tilde{\rho}_z}{\tilde{\rho}_{si}} \text{ s/z} \right)} \quad (4.1)$$

definiert. Für die Herleitung der angegebenen Volumenverhältnisse sind die Partialedichten von Wasser, Zement und Silicastaub mit  $\tilde{\rho}_w = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\tilde{\rho}_z = 3150 \text{ kg/m}^3$  und  $\tilde{\rho}_{si} = 2200 \text{ kg/m}^3$  sowie die in Tabelle 4.1 gegebenen Parameter gewählt.

	Reaktion von	
	Zement	Silicastaub
chemisch gebundenes Wasser	0,23 g/g	0,0 g/g
physikalisch gebundenes Wasser	0,19 g/g	0,5 g/g
chemisches Schwinden	6,40 ml/g	20,0 ml/g

Tabelle 4.1: Konstanten des Porenmodells nach LURA ET AL. [66]

In Abbildung 4.1 ist das Porenstrukturmodell für drei unterschiedliche Betonrezepturen mit einem Zementgehalt von  $z = 300 \text{ kg/m}^3$  in Abhängigkeit vom Hydratationsprozess dargestellt. Zu Beginn der Hydratation füllen die Ausgangsstoffe Wasser, Zement und sofern vorhanden Silicastaub das Volumen vollständig aus. Während der Hydratation wird das freie Kapillarwasser chemisch gebunden. Der Zementstein wächst und der Kapillarporenanteil wird kleiner. Die chemische Bindung führt zur Komprimierung des Wassers um  $6,4 \text{ ml/g}$  reagiertem Zement bzw.  $20 \text{ ml/g}$  reagiertem Silicastaub und somit zur Volumenreduktion, die als chemisches Schwinden bezeichnet wird und in Abbildung 4.1 weiß dargestellt ist. Neben der chemischen Bindung wird Wasser während der Hydratation physikalisch in den Gelporen gebunden. Die einzelnen physikalischen und chemischen Bindekapazitäten, die dem Modell zu Grunde liegen, sind in Tabelle 4.1 gegeben.

Die Hydratation kommt zum Erliegen, sofern entweder das für die Reaktion benötigte freie Kapillarwasser verbraucht ist oder kein ausreichender Expansionsraum für die Reaktionsprodukte zur Verfügung steht. Für die erste Bedingung kann der Endwert

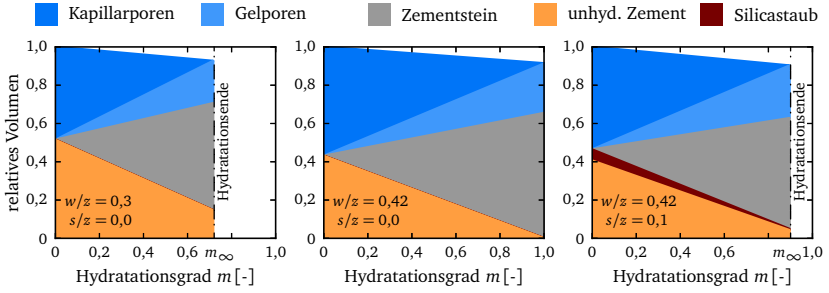


Abbildung 4.1: Porenstrukturmodell für drei Betonrezepturen in Abhängigkeit des Hydratationsprozesses

des Hydratationsgrades  $m_\infty$  mit  $V_{kp} = 0$  direkt ermittelt werden. Jedoch stellt der Wert bei Annahme optimaler Reaktionsbedingungen eine theoretische Obergrenze dar. Eine bessere Abschätzung gelingt mit dem phänomenologischen Ansatz nach PANTAZOPOULOU ET AL. [78]. Der Endwert des Hydratationsgrades  $m_\infty$  ist dabei unter Berücksichtigung eines ausreichenden Expansionsraums definiert zu

$$m_\infty = \frac{1,031 w/z}{0,194 + w/z} . \quad (4.2)$$

Die Porosität der Zementmatrix kann damit in Abhängigkeit des Verlaufs der Hydratation aus der Summe der Volumina der Gelporen, der Kapillarporen und des chemischen Schwindens mit

$$n = 1 - n_s \cong [n_\infty + a_n (m_\infty - m)] V_{zm} \quad (4.3)$$

bestimmt werden. Dabei ist  $n_\infty$  der Endwert der Porosität nach vollständiger Hydratation  $m = m_\infty$ ,  $a_n$  ein konstanter Parameter und  $V_{zm}$  das Gesamtvolumen der Zementmatrix. Die noch unbekannten Größen folgen zu

$$n_\infty = p_n - k_n (0,52 - 0,69 s/z) (1 - p_n) m_\infty \quad \text{und} \quad (4.4)$$

$$a_n = k_n (0,52 - 0,69 s/z) (1 - p_n) . \quad (4.5)$$

Wie gezeigt, erfasst Gleichung (4.3) die Abhängigkeit der Porosität vom Hydratationsgrad. Weitere Einflüsse aus der Alterung des Materials auf die Porosität werden in Abschnitt 4.5 beschrieben.

## 4.2 Porensättigung

Die Bilanzierung der Massen der flüssigen und gasförmigen Phasen erfordert die Beschreibung der Sättigung des Porenraums mit der jeweiligen Phase. Dabei sind

deren Sättigungen nach Gleichung (3.4) miteinander verknüpft. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die Beschreibung der Sättigung der Poren mit Porenwasser mit einer Feuchtespeicherfunktion.

Die materialspezifische Feuchtespeicherfunktion beschreibt die Sättigung der Poren mit Porenwasser bei gegebener relativer Feuchte. Die Speichereigenschaften von Beton sind dabei wesentlich von der Porengrößenverteilung, der Porenvernetzung sowie der spezifischen Oberfläche abhängig und unterliegen damit dem Einfluss der Alterung. Im vorliegenden Modell ist daher ein Feuchtespeichermodell erforderlich, das eine Beschreibung der während der betrachteten Alterungsprozesse auftretenden Phänomene ermöglicht. Hierzu zählen zum einen die Änderung der Porosität infolge chemischer Reaktionen wie z. B. die Hydratation. Zum anderen soll das Sättigungsverhalten auch bei hohen Temperaturen sowie bei Salzbelastung beschreibbar sein.

#### 4.2.1 Feuchtespeicherung

Die Phänomenologie der Feuchtespeicherung im Beton ist in Abbildung 4.2 dargestellt und zeigt, dass aufgrund der Heterogenität des Porensystems Wasser mittels chemischer Bindung, Physisorption und Kapillarkondensation gespeichert werden kann. Ersteres beschreibt das während der Hydratation im Zementstein chemisch gebundene Wasser, das nicht die Porensättigung beeinflusst und bei normalen Temperaturen nicht verdampft. Bei hohen Temperaturen setzt jedoch nach vollständigem Verdampfen des Porenwassers die Dehydratation ein und das zuvor chemisch gebundene Wasser wird in Form von Wasserdampf freigegeben.

Innerhalb der Poren ist bei geringer relativer Feuchte die Feuchtespeicherung infolge Physisorption möglich, die die Anlagerung von freiem Wasser an die Feststoffoberfläche aufgrund von Adsorptionskräften, den VAN-DER-WALLS-Kräften, beschreibt. Bis zu einer relativen Feuchte von ca.  $\varphi = 15\%$  entsteht dabei eine monomolekulare Sorbat-schicht. Darüber hinaus führt eine steigende relative Feuchte zur weiteren Anlagerung von Wassermolekülen und zur Ausbildung einer multimolekularen Sorbatschicht.

Ab einer relativen Feuchte von  $\varphi = 40\%$  setzt die Kapillarkondensation ein und die Physisorption verliert zunehmend an Bedeutung. Sehr kleine Poren sind bereits vollständig mit Wasser gefüllt. Infolge der Oberflächenspannung des Porenwassers sowie der Grenzflächenspannung zwischen Fluid und Porenwand bilden sich konkav gekrümmte Menisken aus. Oberhalb der Menisken sinkt der Sättigungsdampfdruck und führt somit zur Kondensation von Wasserdampf.

Vor Erreichen der freien Sättigung endet der hygroskopische Bereich. Mit einer weiteren Steigerung der relativen Feuchte kann im überhygroskopischen Bereich ein eindeutiger Zusammenhang zwischen der relativen Luftfeuchte und der Sättigung nicht mehr hergestellt werden, da aufgrund des vorherrschenden kapillaren Unterdrucks eine beschleunigte Wasseraufnahme stattfindet. Die freie Sättigung wird bei

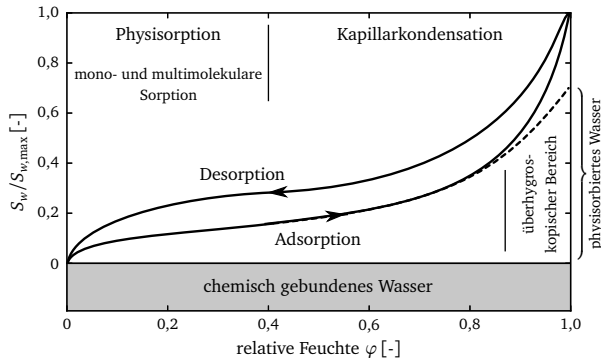


Abbildung 4.2: Phänomenologie der Feuchtespeicherung im Beton

$\varphi = 100\%$  erreicht. Jedoch verbleiben kleine isolierte luftgefüllte Poren, sofern die äußere Wassereinwirkung ohne zusätzlichen Druck erfolgt. Daher ist die maximale Sättigung  $S_{w,max}$  im Allgemeinen kleiner eins.

Experimente von KÜNZEL [61] und BAROGHEL-BOUNY [9, 6, 7] zeigen, dass die Sättigung der Poren infolge von Befeuchtung und Trocknung eine ausgeprägte Hysterese aufweist und somit eine Unterscheidung in Adsorption und Desorption notwendig ist. Die Ursache für das unterschiedliche Sättigungsverhalten liegt neben energetischen Wechselwirkungen und unterschiedlichen Benetzungseigenschaften in der unregelmäßigen Porenstruktur. Ein Teil der großen Poren kann nur über kleine Poren erreicht werden. Die Desorption setzt daher erst ein, wenn die Partialdruckverhältnisse ein Trocknen der kleineren Poren erlauben.

#### 4.2.2 Feuchtespeichermodell

In der Literatur sind verschiedene Feuchtespeichermodelle beschrieben. Einige Autoren verwenden phänomenologisch begründete Ansätze, deren Modellparameter an experimentell ermittelten Daten validiert werden müssen. STEFFENS [93] beschreibt z. B. die Feuchtespeicherung von Beton mit zwei Funktionen getrennt für Physisorption und Kapillarkondensation, die im Kopplungspunkt  $\varphi = 50\%$  stetig sind.

TACKE [95] verwendet ein physikalisch begründetes Modell zur Beschreibung der Feuchtespeicherung von jungem Beton, das sowohl Physisorption und Kapillarkondensation als auch Adsorption und Desorption in einer geschlossenen Funktion berücksichtigt und in Abhängigkeit vom Hydratationsverlauf formuliert ist.

Des Weiteren nutzen zahlreiche Autoren die Kapillardruck-Sättigungsbeziehung von VAN GENUCHTEN in der ursprünglichen Fassung bzw. in modifizierten Versionen. So

verwenden BANGERT ET AL. [5] das Sättigungsmodell von VAN GENUCHTEN für chemisch beanspruchte Betone wie z. B. Alkali-Kieselsäurereaktionen oder Calciumauslaugen, GAWIN ET AL. [45] für Beton unter Hochtemperatureinwirkung sowie SCIUMÈ [92] nach Anpassungen für jungen Beton. MONLOUIS-BONNAIRE [69] modifiziert das Modell von VAN GENUCHTEN und validiert es anhand von Durchlässigkeitsversuchen an zementgebundenen Werkstoffen. Aufbauend auf den Änderungen von MONLOUIS-BONNAIRE führt OSTERMANN [77] weitere Anpassungen zur Beschreibung des Feuchtespeicherverhaltens von Beton unter hohen Temperaturen durch.

Im Rahmen dieser Arbeit bildet das Modell von TACKE [95] unter Berücksichtigung verschiedener Anpassungen die Grundlage für die Feuchtespeicherbeziehung. Einerseits ist das Modell in eine Feuchte-Sättigungsbeziehung zu überführen. Andererseits sind Erweiterungen zur Beschreibung der Feuchtespeicherung bei hohen Temperaturen sowie der hygroskopischen Wirkung von Salz erforderlich.

Im verwendeten Modell ist der Porenwassergehalt als Summe aus Physisorption und Kapillarkondensation zu

$$w = w_{ph} + w_{kd} \quad (4.6)$$

definiert. Der erste Anteil  $w_{ph}$  beschreibt die Physisorption, die nach dem von ADOLPHS ET AL. [1] vorgestellten EXCESS SURFACE WORK Modell zur thermodynamischen Beschreibung der Adsorption mit

$$w_{ph} = -w_m \ln \left( \frac{RT \ln(\varphi)}{\Delta\mu_0} + C \right) \quad (4.7)$$

berücksichtigt ist. Dabei stellt  $w_m$  die vom Hydratationsgrad  $m$  abhängige Wassermasse der Monoschicht sowie  $\Delta\mu_0$  das Startpotential der einsetzenden Adsorption dar.  $R$  ist die universelle Gaskonstante mit  $R = 8,314 \text{ J/mol K}$ . Die Verwendung von Gleichung (4.7) führt bei der Überlagerung von Physisorption und Kondensation in Bereichen mit hoher relativer Feuchte zur Unterschätzung des Wassergehalts. TACKE [95] führt daher zur Erfassung der einsetzenden Kondensatbildung bei hoher relativer Feuchte den Parameter  $C$  ein.

Die Beschreibung des kapillar kondensierten Wassers beruht auf dem von JONASSON [55] vorgeschlagenen kapillaren Füllungsfaktor  $f_{kd}$ . In Abhängigkeit des Sättigungswassergehalts  $w_s$  und dem Parameter  $p$ , der ein Vielfaches der Monoschicht darstellt, ist der Kapillarwasseranteil definiert zu

$$w_{kd} = (w_s - p w_m) f_{kd} \quad \text{mit} \quad 0 \leq f_{kd} \leq 1. \quad (4.8)$$

Der Sättigungswassergehalt folgt aus der volumetrischen Betrachtung der Porenverteilung. Mit der Porosität aus Gleichung (4.3) und der Dichte des Wassers kann der Wassergehalt bei vollständiger Füllung der Poren mit  $w_s = n \tilde{\rho}_w$  bestimmt werden. Die Überführung der Wasserspeicherfunktion in eine Sättigungsfunktion gelingt mit

$$S_w = \frac{w}{w_s}. \quad (4.9)$$



<b>Sättigungsfunktion</b>	$S_w = -\frac{w_m}{w_s} \ln\left(\frac{RT \ln(\varphi)}{\Delta\mu_0} + C\right) + \left(1 - p \frac{w_m}{w_s}\right) f_{kd}$	
	$w_m = w_{m0} z m$	$p = 4 + 5 \exp(-0,1 e^4)$
	$w_s = n \tilde{\rho}_w$	$b = 7 - 6 \exp(-0,2 e^4)$
	$C = \exp(-p) \varphi^4$	$e = \frac{m(z+s)}{w}$
	$f_{kd} = (1 - a \ln(\varphi) \varphi^{-b})^{-1}$	
<b>Adsorption</b>	<b>Desorption</b>	
$a = 15 + 145 \exp(a_{s2} e)$	$a = 160 \exp(a_{s2} e)$	
$\Delta\mu_0 = -7RT_0$	$T_0 = 293,15 \text{ K}$	$\Delta\mu_0 = -12RT_0$

Tabelle 4.2: Parameter der Sättigungsfunktion

Alle verwendeten Parameter sind von TACKE in [95] hergeleitet und in Tabelle 4.2 zusammenfassend dargestellt.

BAROGHEL-BOUNY untersucht in [6] das Feuchtespeicherverhalten unterschiedlicher Betone unter wechselnder Trocknung und Befeuchtung. Die Versuchsergebnisse sowie die Anpassung mit dem vorgestellten Feuchtespeichermodeill sind für einen Normalbeton BO und einen hochfesten Beton BH in Abbildung 4.3 dargestellt. Die Versuche beginnen mit der Trocknung der vollständig gesättigten Proben bis zum Erreichen der Ausgleichsfeuchte bei  $\varphi = 3\%$ . Anschließend werden die getrockneten Proben wieder bis zur vollständigen Sättigung befeuchtet. Die unterschiedlichen Sättigungseigenschaften während der Desorption und Adsorption sind nach Anpas-

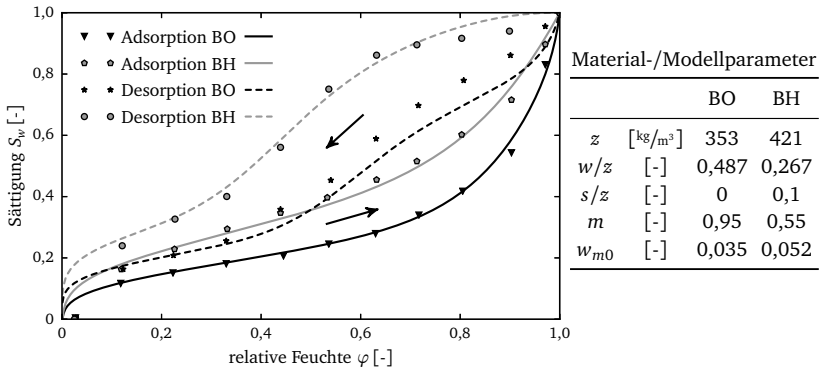


Abbildung 4.3: Desorptions- und Adsorptionsverhalten von Normalbeton BO und hochfestem Beton BH nach BAROGHEL-BOUNY [6]

sung der Modellparameter  $w_{m0}$  und  $a_{s2}$  gut beschreibbar, sofern  $a_{s2}$  getrennt für beide Phänomene bestimmt wird, vgl. TACKE [95]. Für die Adsorption erweist sich die Wahl von  $a_{s2} = -3,8$  für beide Betone als zielführend. Dagegen ist zur Beschreibung der Desorption für den Normalbeton  $a_{s2} = -4,5$  und für den hochfesten Beton  $a_{s2} = -5,8$  zu verwenden. Die größten Abweichungen treten während der Desorption des Normalbetons auf, da das Startpotential  $\Delta\mu_0$  nach Tabelle 4.2 für beide Betone gleich gewählt ist.

### 4.2.3 Anpassung für Hochtemperaturbeanspruchungen

Im Porenraum liegt Wasser bis zur kritischen Temperatur  $T_{crit} = 647,27\text{ K}$  abhängig vom Sättigungsdampfdruck sowohl in flüssiger als auch in gasförmiger Form vor. Oberhalb von  $T_{crit}$  existiert Wasser nur noch als Wasserdampf, sofern der Wasserdampfdruck den kritischen Wasserdruck von  $p_{w,crit} = 22,12\text{ MPa}$  nicht überschreitet. Letzteres ist im Beton auch bei hohen Temperaturen gegeben.

In der Sättigungsfunktion nach Gleichung (4.9) wird die Physisorption bereits temperaturabhängig beschrieben. Eine Modifizierung des Modells ist jedoch notwendig, da die Sättigung bei Temperaturen nahe der kritischen Temperatur überschätzt wird. So zeigen Versuche von SCHNEIDER ET AL. [90], dass beim Erreichen von  $T_{crit}$  nur noch geringe Mengen an kapillarem und physisorbiertem Wasser vorhanden sind. Mit Hilfe von

$$S_w = \left( \frac{w}{w_s} \right)^{b_s} \quad \text{und} \quad b_s = \left( \frac{T_{crit} - T}{T_{crit} - T_0} \right)^{-0,5} \quad (4.10)$$

gelingt die notwendige Anpassung der Sättigungsfunktion. Das bei hohen Temperaturen frei werdende, zuvor chemisch gebundene Wasser bleibt weiterhin in der Sättigungsfunktion unberücksichtigt. Es geht jedoch als Quelle in den Wasserhaushalt ein. Die veränderte Porenstruktur ist sowohl über den Sättigungswassergehalt als auch über die Wassermenge der Monoschicht direkt erfasst.

### 4.2.4 Anpassung für Salzbelastung

Eine Salzkonzentration im Porenwasser verändert dessen physikalische Eigenschaften und beeinflusst aufgrund der hygroskopischen Wirkung des Salzes die Porensättigung. Salz besitzt im Gegensatz zum molekularen Wasser eine kristalline Struktur, die bei Natriumchlorid (NaCl) aus positiv geladenen Natriumionen und negativ geladenen Chloridionen aufgebaut wird. Während des Lösungsvorgangs lagern sich Wasserdipole infolge starker Anziehungskräfte an der Oberfläche der Ionen an und zerstören deren Bindung und damit das Kristallgitter.

Der Beginn der hygroskopischen Wirkung ist abhängig von der Art des Salzes. So setzt die hygroskopische Wirkung bei Calciumchlorid ( $\text{CaCl}_2$ ) bereits bei  $\varphi_{\text{hygr}} = 2,5\%$  ein. Dagegen beginnt sie bei Natriumchlorid erst bei  $\varphi_{\text{hygr}} = 75\%$ . Des Weiteren kann eine Abhängigkeit der hygroskopischen Eigenschaften der Porenlösung von der Temperatur bestehen. Für das hier betrachtete NaCl spielt dies jedoch nur eine untergeordnete Rolle. Die bei der Anlagerung der Wasserdipole frei werdende Energie lässt einzelne Ionen in die Lösung diffundieren. Die weitere Anlagerung von Wassermolekülen führt zur Ausbildung einer Hydrathülle, die die Ladung der Salzionen schwächt, sodass sich die Ionen frei in der Lösung bewegen können. Der Lösungsprozess endet, wenn das Kristall aufgelöst oder die Lösung gesättigt ist.

Die freien Ionen nehmen einen Teil der Oberfläche ein und behindern das Entweichen von Wassermolekülen in den Dampfraum. Der Sättigungsdampfdruck oberhalb einer Salzlösung ist daher bei einer bestimmten Temperatur kleiner als der über reinem Wasser. Die Verringerung des Drucks über einer Lösung ist dabei annähernd proportional zur Menge des gelösten Salzes und kann nach GARRECHT [44] für verdünnte Lösungen näherungsweise aus dem Gesetz von RAOULT mit

$$\frac{p_{\text{Lsg}}}{p_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{n^{\text{H}_2\text{O}}}{n^{\text{Salz}} + n^{\text{H}_2\text{O}}} \quad (4.11)$$

und der Stoffmenge

$$n^i = \frac{f_i u_i}{M_i} \quad (4.12)$$

von Wasser und Salz abgeleitet werden. Dabei beschreibt  $u_i$  den Gehalt an flüssigem Wasser bzw. Salz,  $f_i$  die Teilchenanzahl in der Lösung, die für Wasser eins und für NaCl zwei ist, sowie  $M_i$  die jeweilige in Tabelle 4.3 gegebene molare Masse.

$M_{\text{H}_2\text{O}} = 18,015$	$M_{\text{Cl}} = 35,453$	$M_{\text{CO}_2} = 44,010$	$M_{\text{NaCl}} = 58,443$
-----------------------------------	--------------------------	----------------------------	----------------------------

Tabelle 4.3: Molare Masse in  $\text{g/mol}$

Der für die Beschreibung der Feuchtespeicherung salzbelasteter Betone notwendige Zusammenhang zwischen der Porensättigung  $S_w$  und der relativen Feuchte der Lösung  $\varphi_{\text{Lsg}}$  kann nach Gleichung (4.11) bestimmt werden. Ersetzt man  $p_i$  durch  $\varphi_i$  und multipliziert die Gleichung mit  $w_s^{-1}$ , folgt die Sättigung zu

$$S_w = \gamma \frac{f_{\text{NaCl}}}{w_s} \frac{M_{\text{H}_2\text{O}}}{M_{\text{NaCl}}} \frac{\varphi_{\text{Lsg}}}{\varphi_{\text{H}_2\text{O}} - \varphi_{\text{Lsg}}} . \quad (4.13)$$

Die Gleichung (4.13) ist nichtlinear, da sowohl die Sättigung  $S_w$  der Lösung als auch die relative Feuchte  $\varphi_{\text{H}_2\text{O}}$  des unbelasteten Baustoffs unbekannt sind. Für Salzgehalte  $\gamma > 0$  und  $\varphi > \varphi_{\text{hygr}}$  ersetzt Gleichung (4.13) die Sättigungsfunktion nach

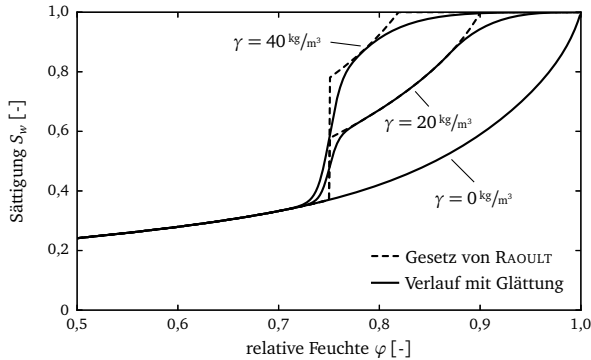


Abbildung 4.4: Sättigungsfunktion bei Salzbelastung mit NaCl

Gleichung (4.9). Eine Verwendung von Gleichung (4.13) bei hohen Temperaturen ist zu prüfen.

Die Sättigungsfunktion nach Gleichung (4.13) weist bei  $\varphi = \varphi_{hygr}$  und am Übergang zur vollständigen Sättigung Unstetigkeitsstellen auf, die für die Stabilität des numerischen Lösungsverfahrens ausgerundet werden müssen. An der Stelle  $\varphi = \varphi_{hygr}$  wird für einen stetigen Übergang die tanh-Funktion verwendet. Die Ausrundung beim Erreichen der Sättigungsfeuchte erfolgt, wie von OBERBECK [75] vorgeschlagen, mittels einer Polynominterpolation. In Abbildung 4.4 sind das Gesetz von RAOULT sowie die geglättete Sättigungsfunktion für unterschiedliche NaCl-Konzentrationen dargestellt. Des Weiteren treten bei sehr geringen Salzkonzentrationen und hohen relativen Feuchten numerische Schwierigkeiten auf, da im Übergang zwischen dem steilen Anstieg vor Erreichen der Sättigungsfeuchte und dem nahezu horizontalen Plateau eine extreme Änderung der Gradienten auftritt. Mit der Berücksichtigung des natürlichen Chloridgehalts von Beton, der über die Ausgangsstoffe vorhanden ist, kann die numerische Stabilität verbessert werden.

### 4.3 Physikalische Größen der Porenfluide

Die Beschreibung unterschiedlicher Alterungsphänomene erfordert die Berücksichtigung der physikalischen Eigenschaften des Materials sowie deren Veränderungen über die Lebensdauer. Wesentliche Einflussgrößen sind dabei die Temperatur, der vorherrschende Druck sowie die Zusammensetzung der einzelnen Phasen. Nachfolgend werden daher die notwendigen physikalischen Zusammenhänge vorgestellt. Der Einfluss der Salzbelastung auf die Eigenschaften des Porenwassers ist dabei nur für den Normaltemperaturbereich berücksichtigt.

### 4.3.1 Sättigungsdampfdruck

Der Sättigungsdampfdruck beschreibt in Abhängigkeit der Temperatur die Phasengrenze zwischen gasförmiger und flüssiger Phase und ist bis zur kritischen Temperatur  $T_{crit}$  definiert. Oberhalb von  $T_{crit}$  liegt Wasser nur noch im gasförmigen Aggregatzustand vor. Die Modellierung der Alterung von Beton infolge einer Hochtemperaturbeanspruchung erfordert eine kontinuierliche Beschreibung des Sättigungsdampfdrucks im gesamten Temperaturbereich. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit der Ansatz

$$p_{vs} = \sum_{i=0}^8 a_{p_i} T^i \quad (4.14)$$

verwendet. Bis zur kritischen Temperatur sind die Modellparameter anhand vom National Institute of Standards and Technology (NIST) [71] veröffentlichter Daten angepasst. Oberhalb der kritischen Temperatur erfolgt eine Ausrundung mittels Polynominterpolation. Modellgleichung (4.14) sowie die ermittelten Modellparameter sind in Abbildung 4.5 bzw. Tabelle 4.4 gegeben.

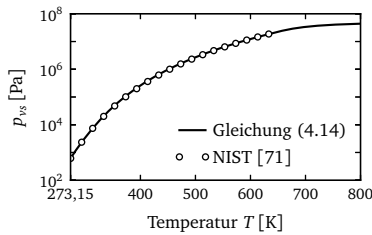


Abbildung 4.5: Sättigungsdampfdruck in Abhängigkeit der Temperatur

$i$	$a_{p_i}$	$i$	$a_{p_i}$	$i$	$a_{p_i}$
0	$5,487 \cdot 10^6$	3	$-9,907$	6	$1,410 \cdot 10^{-7}$
1	$-1,389 \cdot 10^5$	4	$3,901 \cdot 10^{-2}$	7	$-1,127 \cdot 10^{-10}$
2	$1,553 \cdot 10^3$	5	$-9,574 \cdot 10^{-5}$	8	$3,795 \cdot 10^{-14}$

Tabelle 4.4: Parameter des Sättigungsdampfdrucks nach Gleichung (4.14)

### 4.3.2 Kapillardruck

Der Kapillardruck beschreibt die Druckdifferenz zwischen den zwei Fluidphasen und ist mit dem Gasdruck  $p_g = p_a + p_v$  und dem Wasserdruck  $p_w$  definiert zu

$$p_c = p_g - p_w \quad (4.15)$$

Des Weiteren folgt aus der KELVIN-Gleichung der Kapillardruck als Funktion der relativen Feuchte  $\varphi$  zu

$$p_c = -\frac{\tilde{p}_w RT}{M_w} \ln(\varphi) . \quad (4.16)$$

Abbildung 4.6 zeigt den Verlauf von  $p_c$  für den gesamten Feuchtebereich. Die relative Feuchte beschreibt das Verhältnis von Wasserdampfdruck und Sättigungsdampfdruck und ist definiert zu

$$\varphi = \frac{p_v}{p_{vs}} . \quad (4.17)$$

Setzt man Gleichung (4.16) in (4.15) ein, so erhält man den Porenwasserdruck  $p_w$  in Abhängigkeit des Gasdruckes sowie der relativen Feuchte.

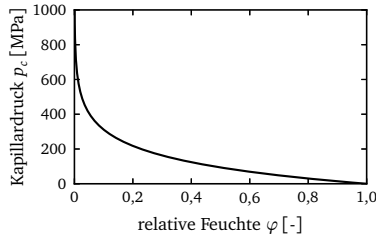
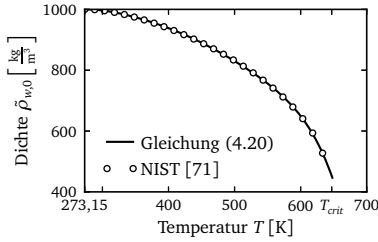


Abbildung 4.6: Kapillardruck nach Gleichung (4.16)

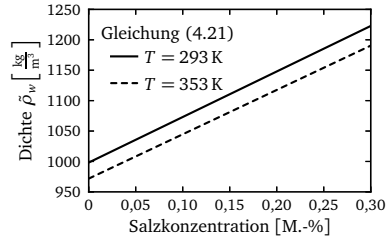
Bei konstanter Sättigung führt eine steigende Salzkonzentration infolge des hygroskopischen Effektes zur Verringerung der relativen Feuchte und nach Gleichung (4.16) zu einem Anstieg des Kapillardrucks. Ersteres ist dabei bereits über die Modifizierung der Sättigungsfunktion berücksichtigt, vgl. Abschnitt 4.2.4. Arbeiten von NGUYEN ET AL. [72] und DERLUYN ET AL. [35] zeigen jedoch, dass die Salzbelastung keinen Einfluss auf das Verhältnis zwischen Kapillardruck und Sättigung hat und somit auch der Kapillardruck konstant bleibt. NGUYEN ET AL. [72] schlagen daher eine Korrektur von Gleichung (4.16) vor. Im vorliegenden Modell wird Gleichung (4.16) jedoch ohne weitere Modifikation verwendet. Die Auswirkungen dieses Vorgehens auf den vom Kapillardruck abhängigen Porenwassertransport sind gering, da der Kapillardruck im hygrischen Bereich, der für NaCl erst ab  $\varphi_{hygr} = 0,75$  beginnt, bereits sehr klein ist. Dagegen wird das Sättigungsverhalten bei einer Salzbelastung mit der Feuchtespeicherfunktion nach Abschnitt 4.2.4 gut beschrieben.

### 4.3.3 Dichte

Zur Beschreibung der Transportprozesse sind Modellgleichungen für die Dichten der Porenfluide sowie deren Komponenten erforderlich. Mit der Annahme eines idealen



4.7.1: Temperaturabhängigkeit



4.7.2: Einfluss von NaCl

Abbildung 4.7: Dichte von Wasser

Gasgemisch folgen die Dichten der Komponenten  $\pi$  aus dem allgemeinen Gasgesetz mit der molaren Masse  $M_v$  für Wasserdampf nach Tabelle 4.3 und  $M_a = 28,96 \text{ g/mol}$  für trockene Luft zu

$$\tilde{\rho}_g^\pi = \frac{p_\pi M_\pi}{RT} . \quad (4.18)$$

Analog zu Gleichung (4.18) ist die Dichte der Gasphase definiert zu

$$\tilde{\rho}_g = \frac{p_g M_g}{RT} \quad \text{mit} \quad \frac{1}{M_g} = \frac{\tilde{\rho}_g^v}{\tilde{\rho}_g} \frac{1}{M_v} + \frac{\tilde{\rho}_g^a}{\tilde{\rho}_g} \frac{1}{M_a} . \quad (4.19)$$

Die Beschreibung der Dichte des Porenwassers erfolgt bei Annahme inkompressiblen Verhaltens und unter Berücksichtigung der Einflüsse aus Temperatur und Salzbelastung. Dabei ist der Temperatureinfluss mit

$$\tilde{\rho}_{w,0} = \sum_{i=0}^7 a_{\tilde{\rho}_i} (T - T_0)^i \quad (4.20)$$

und  $T_0 = 273,15 \text{ K}$  erfasst. Der Verlauf von Gleichung (4.20) sowie die Daten des NIST [71] sind in Abbildung 4.7.1 dargestellt und zeigen, dass mit steigender Temperatur die Dichte sinkt. Die verwendete Modellparameter sind in Tabelle 4.5 gegeben.

Der Einfluss einer Salzbelastung auf die Dichte der Lösung ist in Abbildung 4.7.2 gegeben. Mit steigender Salzkonzentration steigt die Dichte proportional. Damit folgt die Dichte der NaCl-Lösung mit  $\beta_\gamma = 0,75$  zu

$$\tilde{\rho}_w = \tilde{\rho}_{w,0} (1 + w_w^\gamma \beta_\gamma) . \quad (4.21)$$

$i$	$a_{\tilde{\rho}_i}$	$i$	$a_{\tilde{\rho}_i}$	$i$	$a_{\tilde{\rho}_i}$	$i$	$a_{\tilde{\rho}_i}$
0	$9,998 \cdot 10^2$	2	$-7,946 \cdot 10^{-3}$	4	$-2,684 \cdot 10^{-7}$	6	$8,984 \cdot 10^{-14}$
1	$5,516 \cdot 10^{-2}$	3	$5,458 \cdot 10^{-5}$	5	$5,447 \cdot 10^{-10}$	7	$-1,263 \cdot 10^{-15}$

Tabelle 4.5: Modellparameter von Gleichung (4.20)

### 4.3.4 Viskosität

Die Beschreibung der Transportprozesse erfordert geeignete Modellgleichungen für die Viskosität der Porenfluide sowie derer Komponenten. Im Rahmen dieser Arbeit werden hierzu Polynom- und Exponentialfunktionen verwendet, deren Koeffizienten anhand von vom NIST [71] und von GARRECHT [44] veröffentlichter Daten angepasst werden und zusammenfassend in Tabelle 4.6 dargestellt sind.

$i$	$a_{\mu_i}$	$b_{\mu_i}$	$c_{\mu_i}$	$d_{\mu_i}$	$e_{\mu_i}$
0	$8,85 \cdot 10^{-6}$	$17,17 \cdot 10^{-6}$	$13,71 \cdot 10^{-6}$	$1,233 \cdot 10^{-3}$	1,0
1	$3,53 \cdot 10^{-8}$	$4,73 \cdot 10^{-8}$	$4,84 \cdot 10^{-8}$	$-4,151 \cdot 10^{-2}$	1,284
2		$2,22 \cdot 10^{-11}$	$1,35 \cdot 10^{-11}$	$5,416 \cdot 10^{-4}$	1,267
3				$-6,570 \cdot 10^{-3}$	39,372

Tabelle 4.6: Parameter der Viskosität

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Modellgleichungen der dynamischen Viskosität der Porengase sind nur von der Temperatur abhängig, da nach OSTERMANN [77] der Einfluss des Gasdrucks auf die Viskosität auch bei hohen Temperaturen vernachlässigt werden kann. Somit gilt für die einzelnen Komponenten der Gasphase

$$\mu_g^v = \sum_{i=0}^1 a_{\mu_i} (T - T_0)^i, \quad \mu_g^a = \sum_{i=0}^2 b_{\mu_i} (T - T_0)^i, \quad \mu_g^k = \sum_{i=0}^2 c_{\mu_i} (T - T_0)^i. \quad (4.22)$$

Die Verläufe der Gleichungen (4.22) sind für  $T_0 = 273,15 \text{ K}$  in Abbildung 4.8 gegeben. Die dynamische Viskosität des Gasgemisches kann näherungsweise mit den temperaturabhängigen Viskositäten der Komponenten multipliziert mit deren Masseanteilen

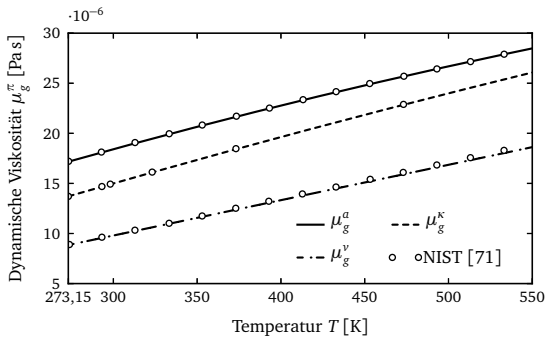


Abbildung 4.8: Dynamische Viskosität der Porengase



$w_g^\pi$  bestimmt werden zu

$$\mu_g \approx \sum w_g^\pi \cdot \mu_g^\pi. \quad (4.23)$$

Die dynamische Viskosität des Porenwassers ist sowohl von der Temperatur als auch von der Salzkonzentration der Lösung abhängig. Ersteres ist mit der Gleichung

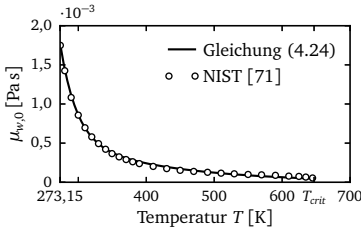
$$\mu_{w,0} = d_{\mu_0} \exp(d_{\mu_1} (T - T_0)) + d_{\mu_2} \exp(d_{\mu_3} (T - T_0)) \quad (4.24)$$

berücksichtigt, deren Verlauf bis zur kritischen Temperatur in Abbildung 4.9.1 dargestellt und den Versuchsdaten des NIST [71] gegenübergestellt ist.

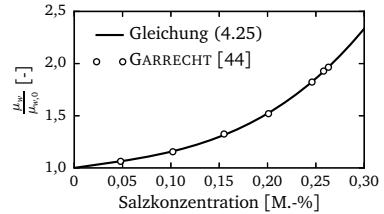
Eine steigende Salzkonzentration führt zu einer Erhöhung der Viskosität der Lösung. Nach KONIORCZYK ET AL. [60] gelingt eine gute Approximation bei normalen Temperaturen mithilfe der kubischen Funktion

$$\mu_w = \mu_{w,0} \sum_{i=0}^3 e_{\mu_i} (w_w^\gamma)^i, \quad (4.25)$$

die zusammen mit Daten von GARRECHT [44] in Abbildung 4.9.2 dargestellt ist.



4.9.1: Temperaturabhängigkeit



4.9.2: Einfluss von NaCl

Abbildung 4.9: Dynamische Viskosität von Wasser

### 4.3.5 Verdampfungsenthalpie von Wasser

Die Verdampfungsenthalpie beschreibt die Energie, die beim Phasenwechsel von Porenwasser zu Wasserdampf aufgebracht werden muss und in der Energiebilanz zu berücksichtigen ist. Im vorliegenden Modell wird auf Grundlage der vom NIST [71] veröffentlichten Daten die Modellgleichung

$$\Delta h_{vap} = \Delta h_{vap}^0 \left( \frac{T_{crit} - T}{T_{crit} - T_0} \right)^{0,36} \quad (4.26)$$

mit der Standardverdampfungsenthalpie  $\Delta h_{vap}^0 = 2500,5 \text{ kJ/kg}$  sowie der Referenztemperatur  $T_0 = 273,15 \text{ K}$  verwendet.

### 4.3.6 Wärmekapazität

Die Modellierung der Energiespeicherung nach Gleichung (3.21) erfordert die Formulierung der Wärmespeicherkapazitäten der drei Phasen. Allgemein folgt die Wärmespeicherkapazität der Phase  $\alpha$  aus der Summe der Wärmespeicherkapazitäten der einzelnen Komponenten gewichtet mit den jeweiligen Masseanteilen zu

$$c_{p\alpha} = \sum_{\pi} c_{p\alpha}^{\pi} w_{\alpha}^{\pi} \cdot \quad (4.27)$$

Im vorliegenden Modell bleibt der Einfluss von Salz und  $\text{CO}_2$  auf die Wärmespeicherkapazitäten von Porenwasser und Porengas unberücksichtigt, da deren Auswirkungen infolge der hier betrachteten geringen Konzentrationen vernachlässigbar sind. Die verwendeten Wärmespeicherkapazitäten sind in Tabelle 4.7 zusammengefasst.

$c_{ps} = 0,80$	$c_{pg}^a = 1,00$
$c_{pw} = 4,18$	$c_{pg}^v = 1,80$

Tabelle 4.7: Wärmespeicherkapazität in  $\text{kJ/kg K}$

## 4.4 Transport

Für die Prognose der Alterung von Beton ist die Beschreibung der Transportprozesse von Porenwasser, Porengas und deren Komponenten im Porenraum sowie dem Transport von Wärme im porösen Medium erforderlich. Die Transportprozesse werden zum einen von Austauschprozessen zwischen dem Bauteil und der Umgebung und zum anderen von chemischen Reaktionen im Bauteil hervorgerufen.

Der Massetransport der Porenfluide und deren Komponenten findet überwiegend infolge von Druckgradienten statt und ist im Rahmen dieser Arbeit mit dem DARCY-Gesetz beschrieben. Des Weiteren führen Konzentrationsgradienten einzelner Komponenten innerhalb der Fluidphasen zu zusätzlichen Diffusionsvorgängen, für deren Beschreibung das FICKsche Gesetz verwendet wird. Der diffusive Wärmetransport im Material aufgrund von Temperaturgradienten wird mit Annahme des thermischen Gleichgewichts zwischen den einzelnen Phasen makroskopisch beschrieben.

### 4.4.1 Transport infolge von Druckgradienten

Die Modellierung der Transportprozesse infolge von Druckgradienten erfolgt mit dem DARCY-Gesetz, das aus Beobachtungen von eindimensionalen Strömungsversuchen an porösen Medien hergeleitet wird und die Proportionalität zwischen der

makroskopischen Geschwindigkeit des Strömungsprozesses und dem Druckgradienten beschreibt. Hierbei ist zu beachten, dass die DARCY-Geschwindigkeit, auch Filter-Geschwindigkeit genannt, nicht der realen, relativen Geschwindigkeit zwischen dem Fluid und dem Feststoff entspricht, da die durchströmte Querschnittfläche kleiner ist als die gesamte Querschnittfläche.

Die Erweiterung des DARCY-Gesetzes für die Beschreibung von dreidimensionalen Mehrphasenströmungen gelingt mit Einführung des zweistufigen intrinsischen Permeabilitätstensors  $\mathbf{k}$  sowie der relativen Permeabilität  $k_{r\alpha}$ . Letztere beschreibt in Abhängigkeit der Sättigung  $S_\alpha$  die Interaktion zwischen den Transportprozessen der einzelnen Fluidphasen. Je nach Sättigung variiert die relative Permeabilität zwischen 0 und 1. Für beide Fluidphasen folgt somit das erweiterte DARCY-Gesetz zu

$$\mathbf{q}_\alpha = \tilde{\rho}_\alpha^\pi \frac{\mathbf{k} k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (-\nabla p_\alpha + \tilde{\rho}_\alpha \mathbf{g}) . \quad (4.28)$$

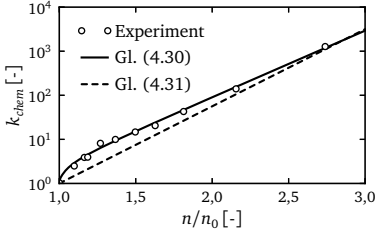
Dabei ist  $\tilde{\rho}_\alpha^\pi$  die Dichte der betrachteten Komponente  $\pi$  der Phase  $\alpha$  und  $\mu_\alpha$  deren dynamische Viskosität. Hervorgerufen wird der Massestrom  $\mathbf{q}_\alpha$  vom Druckgradienten und der Erdbeschleunigung. Der Einfluss der Erdbeschleunigung ist jedoch in den hier betrachteten Alterungsprozessen von geringer Bedeutung.

Die intrinsische Permeabilität quantifiziert die Durchlässigkeit poröser Medien und ist abhängig von der spezifischen Oberfläche der Porenstruktur, der Porengröße sowie deren Vernetzung. Die Alterung des Materials kann zu einer Veränderung der Porenstruktur führen und somit auch die intrinsische Permeabilität beeinflussen. Ursächlich können sowohl chemische Reaktionen als auch das Wachstum von Mikrorissen sowie die Ausbildung von Makrorissen sein. Mit der Annahme isotropen Materialverhaltens folgt die intrinsische Permeabilität im vorliegenden Modell zu

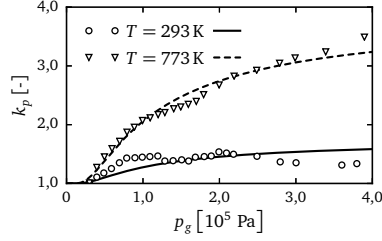
$$\mathbf{k} = k_0 \cdot k_{chem} \cdot k_p \cdot k_D \cdot \mathbf{I} . \quad (4.29)$$

Im Produktansatz beschreibt  $k_0$  die absolute Permeabilität des vollständig hydratisierten Materials,  $k_{chem}$  den Einfluss chemischer Reaktionen auf die Porenstruktur,  $k_p$  den Einfluss des Porengasdrucks sowie  $k_D$  den Einfluss einer mechanischen Schädigung. Die intrinsische Permeabilität ist eine spezifische Eigenschaft des Transportraums. Schadstoffe, wie z. B. gelöste Salze, haben somit keinen Einfluss auf die Permeabilität, können jedoch die Fluideigenschaften beeinflussen.

Zur Berücksichtigung des Einflusses chemischer Reaktionen auf die Transportparameter sind in der Literatur zahlreiche Ansätze vorgestellt. BAŽANT ET AL. [17] verwenden bspw. für hydratisierende Betone einen Ansatz in Abhängigkeit des wirksamen Alters, der die absolute Leitfähigkeit des Materials bei vollständiger Hydratation skaliert. TACKE [95] wählt für die Beschreibung desselben Phänomens einen Ansatz in Abhängigkeit vom Hydratationsgrad. OSTERMANN [77] leitet aus Daten von SCHNEIDER ET AL. [89], der die Zunahme der Porosität infolge der bei hohen Temperaturen



4.10.1: Einfluss der Porosität



4.10.2: Einfluss des Gasdrucks

Abbildung 4.10: Permeabilität in Abhängigkeit der Porosität und des Gasdrucks nach SCHNEIDER ET AL. [89]

ablaufenden Dehydratation untersucht, mit

$$k_{chem} = 10^{\frac{1}{\frac{n}{n_0} - b_{k0}} \cdot \sum_{i=0}^2 a_{ki} (n/n_0)^i} \quad (4.30)$$

einen Ansatz in Abhängigkeit der Porosität ab. Die Bezugsgröße  $n_0$  stellt dabei die Porosität vor dem Brandereignis dar. In Abbildung 4.10.1 sind sowohl die Versuchsergebnisse als auch die Anpassung nach Gleichung (4.30) dargestellt. Eine Formulierung von  $k_{chem}$  in Abhängigkeit der Porosität erscheint sinnvoll, da über die Porosität der Einfluss aller chemischen Reaktionen direkt berücksichtigt werden kann. Jedoch ist Gleichung (4.30) für  $n < n_0$  nicht stetig und kann somit nur eine Vergrößerung der Porosität abbilden.

Im Rahmen dieser Arbeit werden die Einflüsse aus der veränderlichen Porosität auf die Permeabilität nach einem Vorschlag von GAWIN ET AL. [46] mit

$$k_{chem} = 10^{A_{kc}(n-n_{\infty})} \quad (4.31)$$

erfasst, mit dem sowohl die Vergrößerung als auch die Verringerung der Porosität beschreibbar ist. Hierbei stellt  $n_{\infty}$  die Porosität bei vollständig abgeschlossener Hydratation dar. Mit Gleichung (4.31) gelingt bei Wahl von  $A_{kc} = 17,5$  eine gute Approximation der Ergebnisse von SCHNEIDER ET AL. [89], vgl. Abbildung 4.10.1.

Hohe Porengasdrücke, die z. B. während einer Hochtemperaturbeanspruchung entstehen, haben eine Vergrößerung der Permeabilität zur Folge. Mit dem hier verwendeten phänomenologischen Ansatz von

$$k_p = 1 + \left( A_{kp,1} \frac{n}{n_{\infty}} + A_{kp,2} \right) \exp\left(-\frac{p_{g,0}}{p_g}\right) \quad (4.32)$$

gelingt für unterschiedliche Temperaturen eine gute Approximation der Versuchsergebnisse von SCHNEIDER ET AL. [89], der den Einfluss hoher Temperaturen auf die

Permeabilität untersucht. Die Ergebnisse nach Gleichung (4.32) sowie die Versuchsergebnisse sind in Abbildung 4.10.2 für zwei unterschiedliche Temperaturen dargestellt. Hierbei sind der Bezugsdruck  $p_{g,0} = 10^5$  Pa sowie die Parameter  $A_{kp,1} = 6,36$  und  $A_{kp,2} = -5,614$  gewählt.

Die Ausbildung und das Wachstum von Rissen führen zu einer Beschleunigung der Transportprozesse, die hier mit

$$k_D = 10^{A_{kD} D_{mech}} \quad (4.33)$$

in Abhängigkeit der mechanischen Schädigung  $D_{mech}$  berücksichtigt wird. Der freie Modellparameter ist in dieser Arbeit nach GAWIN ET AL. [45] zu  $A_{kD} = 4,0$  gewählt.

Die Modellgleichungen, die zur Beschreibung der relativen Permeabilität der Fluidphasen verwendet werden, sind in Anlehnung an dem von VAN GENUCHTEN für teilgesättigte Böden vorgestellten Ansatz für die flüssige bzw. gasförmige Phase zu

$$k_{rw} = S_w^{0,5} \left( 1 - \left( 1 - S_w^{\frac{1}{m_{VG}}} \right)^{m_{VG}} \right)^2 \quad \text{bzw.} \quad (4.34)$$

$$k_{rg} = (1 - S_w)^{b_{VG}} \left( 1 - S_w^{\frac{1}{m_{VG}}} \right)^{2m_{VG}} \quad (4.35)$$

definiert.

Im Gegensatz zur klassischen Formulierung ist für die relative Permeabilität der Gasphase der Modellparameter  $b_{VG}$  angesetzt, der eine bessere Anpassung des Modells an Versuchsergebnisse ermöglicht. Die in der Literatur vorgeschlagenen Werte von  $b_{VG}$  variieren zwischen  $b_{VG} = 0,33$  für das klassische Modell und dem von MONLOUIS-BONNAIRE [69] ermittelten Wert von  $b_{VG} = 5,5$ . In Abbildung 4.11 sind die relativen Permeabilitäten  $k_{rw}$  und  $k_{rg}$  mit einer Variation von  $b_{VG}$  den Versuchsergebnissen von

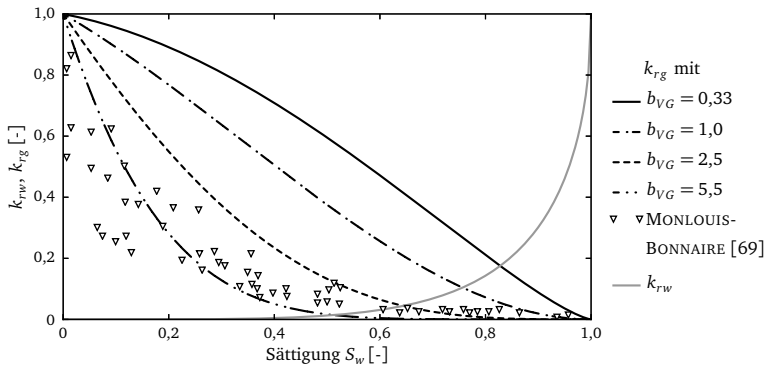


Abbildung 4.11: Relative Permeabilität der Fluidphasen

MONLOUIS-BONNAIRE [69] gegenübergestellt. Die beste Übereinstimmung gelingt mit  $b_{VG} = 5,5$ . Jedoch findet hierbei der Gastransport nur bis zu einer Sättigung von ca. 50 % statt. Dies entspricht nicht den Eigenschaften der verwendeten Betone, vgl. THIERY ET AL. [96]. Daher sind in dieser Arbeit die Modellparameter zu  $m_{VG} = 0,5$  und  $b_{VG} = 2,5$  gewählt.

#### 4.4.2 Diffusiver Transport in den Porenfluiden

Besteht eine Fluidphase aus mehreren Komponenten, können Diffusionsvorgänge stattfinden, die zu einem Abbau von Konzentrationsgradienten führen. Dabei entsteht ein dem Konzentrationsgradienten entgegen gerichteter Diffusionsstrom  $\mathbf{q}_{\pi\alpha}$ , der mit dem Diffusionsmodell nach FICK

$$\mathbf{q}_{\pi\alpha} = -\tilde{\rho}_\alpha \mathbf{D}_\alpha^\pi \nabla w_\alpha^\pi \quad (4.36)$$

beschrieben wird. Der effektive Diffusionstensor  $\mathbf{D}_\alpha^\pi$  charakterisiert als makroskopische Größe die Diffusion durch den gesamten Porenraum und ist mit der Diffusionskonstante  $D_{\alpha,0}^\pi$  zu

$$\mathbf{D}_\alpha^\pi = D_{\alpha,0}^\pi f_\alpha^s \frac{p_0}{p_g} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{1,81} k_D \mathbf{I} \quad (4.37)$$

definiert. Sinkende Gasdrücke sowie steigende Temperaturen beschleunigen die Diffusion, wobei die Druckabhängigkeit für Diffusionsprozesse in der flüssigen Phase entfällt. Als Bezugsgrößen sind  $p_0 = 101\,325$  Pa und  $T_0 = 273,15$  K gewählt. Des Weiteren ist der Einfluss der mechanischen Schädigung analog zu Gleichung (4.33) berücksichtigt. Der diffusive Transport im Beton wird maßgeblich durch die Beschaffenheit der Porenstruktur sowie deren Sättigung bestimmt. Dabei ist der Diffusionsstrom der Phase  $\alpha$  bei vollständiger Sättigung  $S_\alpha = 1$  am größten. Im vorliegenden Modell wird hierzu der Strukturfaktor

$$f_\alpha^s = n S_\alpha \tau_\alpha = n^{A_{na}} S_\alpha^{A_{sa}} \quad (4.38)$$

verwendet, der die Abhängigkeit von der Porosität, der Sättigung der jeweiligen Phase sowie der Tortuosität  $\tau_\alpha$  beschreibt. Die Tortuosität kennzeichnet nach MILLINGTON [68] den Grad der Verwindung des Porensystems. Die Exponenten  $A_{sa}$  und  $A_{na}$  sind experimentell für jede Phase zu ermitteln und sind hier nach OSTERMANN [77] gewählt. Die Diffusionskoeffizienten von Wasserdampf und  $\text{CO}_2$  sowie die Parameter des Strukturfaktors sind in Tabelle 4.8 gegeben.

In einem Gasgemisch aus Wasserdampf und trockener Luft sind bei Voraussetzung idealer Gase die Diffusionsströme beider Gase gleich groß und entgegengesetzt

4.8.1: Diffusionskoeffizienten der Gasphase

Komponente ( $\pi$ )	$D_{g,0}^\pi$ [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]
Wasserdampf ( $v$ )	$2,50 \cdot 10^{-5}$
$\text{CO}_2$ ( $\kappa$ )	$1,54 \cdot 10^{-5}$

4.8.2: Parameter des Strukturfaktors

Phase ( $\alpha$ )	Parameter	
	$A_{S\alpha}$	$A_{n\alpha}$
gasförmig ( $g$ )	3,333	1,333
flüssig ( $w$ )	4,0	1,0

Tabelle 4.8: Parameter des Diffusionsmodells

gerichtet. Nach GAWIN ET AL. [45] folgen die Diffusionsströme mit  $\tilde{\rho}_g$  nach Gleichung (4.18) zu

$$\mathbf{q}_{vg} = -\tilde{\rho}_g \frac{M_a M_v}{M_g^2} \mathbf{D}_g^v \nabla \left( \frac{p_v}{p_g} \right) = -\mathbf{q}_{ag}. \quad (4.39)$$

Ist zusätzlich  $\text{CO}_2$  als dritte Komponente des Porengases vorhanden, steigt die Komplexität des diffusiven Transports, da sich die einzelnen Diffusionsvorgänge gegenseitig beeinflussen. In dem Gasgemisch sind für jede Komponente zwei Diffusionsprozesse mit jeweils unterschiedlichen Diffusionskoeffizienten zu berücksichtigen. Die Bestimmung dieser Diffusionskoeffizienten ist experimentell sehr aufwändig und die bisher entwickelte Modelle führen meist zu unbefriedigenden Ergebnissen.

Im Rahmen dieser Arbeit wird daher die Diffusion von  $\text{CO}_2$  in der trockenen Luft ohne Berücksichtigung von Interaktionen zwischen den einzelnen Diffusionsvorgängen nach Gleichung (4.36) beschrieben. Grund hierfür ist zum einen die geringe  $\text{CO}_2$ -Konzentration in der trockenen Luft von ca. 0,058 M.-% und die damit vernachlässigbaren Auswirkungen auf die Diffusion von Wasserdampf und trockener Luft. Zum anderen verläuft die  $\text{CO}_2$ -Diffusion bei vergleichbaren Diffusionskoeffizienten um ein Vielfaches langsamer, da zeitgleich zum Transport ein Teil des  $\text{CO}_2$  mit dem Zementstein chemisch reagiert. Im vorliegenden Modell wird die Reaktion zwischen  $\text{CO}_2$  und Zementstein direkt erfasst, vgl. Abschnitt 4.5.3.

Für eine Anpassung des Transport- und Reaktionsmodells von  $\text{CO}_2$  an die von BUNTE [29] für unterschiedliche Betone ermittelten Versuchsdaten ist jedoch eine Modifizierung des Strukturfaktors notwendig, da der Einfluss der Porenstruktur auf die  $\text{CO}_2$ -Diffusion unterschätzt wird. Eine gute Übereinstimmung gelingt mit Wahl von  $A_{ng}^k = 2,0$ .

Salze dringen nur in gelöster Form in den Beton ein. Neben dem konvektiven Transport ist auch ein diffusiver Transport innerhalb der Porenlösung möglich. Dabei diffundieren die Salzionen unterschiedlich schnell in das poröse Material. Die Chloridionen sind schneller als die Natriumionen. Die unterschiedlichen Diffusionsgeschwindigkeiten bleiben jedoch unberücksichtigt, da die Gefahr der Depassivierung allein von

den Chloridionen ausgeht. In Analogie zur Gasphase erfolgt die Beschreibung der Diffusion von Salz nach Gleichung (4.36) mit

$$\mathbf{D}_w^\gamma = D_{w,0}^\gamma f_w^s \left( \frac{T}{T_0} \right)^{1,81} k_D \mathbf{I} . \quad (4.40)$$

Hierbei ist  $D_{w,0}^\gamma$  der Diffusionskoeffizient von NaCl bei vollständiger Sättigung des Porensystems, der mit geringem Aufwand experimentell oder mithilfe einer inversen Berechnung mit dem hier vorgestellten Modell ermittelt werden kann. Die von zahlreichen Autoren wie BAROGHEL ET AL. [10] und DERLUYN [35] diskutierte Abhängigkeit des Diffusionskoeffizienten des Salzes von der Sättigung  $S_w$  des Porensystems kann beruhend auf dem Vorschlag von BUCHWALD [28] analog zur Gasdiffusion mit dem Strukturfaktor  $f_w^s$  nach Gleichung (4.38) und den entsprechenden Parametern nach Tabelle 4.8.2 erfolgen. Des Weiteren schlagen OBERBECK [75] und LUNK [65] eine Reduzierung des Diffusionskoeffizienten in Abhängigkeit der Salzkonzentration vor und begründen dies mit der Verringerung der Porosität infolge der fortschreitenden Hydratation und der zunehmenden Bindung von Chloridionen. Der Einfluss der veränderlichen Porosität wird direkt in der hier gewählten Modellgleichung mit  $f_w^s$  erfasst. Eine weitere Anpassung ist somit nicht notwendig.

#### 4.4.3 Diffusiver Wärmetransport

Veränderungen der Umgebungstemperatur sowie im Zementstein stattfindende endotherme bzw. exotherme chemische Reaktionen führen zur Ausbildung eines Temperaturgradienten, der einen diffusiven Wärmetransport im Material hervorruft. Die Annahme eines isothermen Gleichgewichts zwischen den einzelnen Phasen ermöglicht die Formulierung des makroskopischen diffusiven Wärmestroms

$$\mathbf{q}_e = -\lambda_c \nabla T . \quad (4.41)$$

In Gleichung (4.41) ist  $\lambda_c$  der Wärmeleitkoeffizient des feuchten porösen Materials, der hier, wie von OSTERMANN [77] für Beton bei normalen und hohen Temperaturen vorgeschlagen, mit

$$\lambda_c = \lambda_{T,d} \cdot \frac{2,0 - 0,0011 (T - T_0)}{1,978} \cdot \left( 1,0 + 8,0 \frac{n S_w \tilde{\rho}_w}{\rho_s} \right) \quad (4.42)$$

angesetzt wird. Der Term  $\lambda_{T,d}$  beschreibt die Wärmeleitfähigkeit des trockenen Materials. Mit dem zweiten und dritten Term sind die Einflüsse aus Temperatur und Sättigung berücksichtigt. Dabei ist  $\rho_s$  die Trockenrohddichte des Betons und  $T_0$  die zu  $T_0 = 293 \text{ K}$  definierte Referenztemperatur.



## 4.5 Reaktionen

Die während der Alterung von Beton ablaufenden Reaktionsprozesse finden fast ausschließlich im porösen Zementstein statt. Die detaillierte Beschreibung der im Allgemeinen auf der Mikroebene ablaufenden mehrstufigen Reaktionen sowie deren Wechselwirkungen gelingt nur bei ausreichender Kenntnisse über die Zusammensetzung des Zementsteins sowie des Reaktionsverhaltens der einzelnen Bestandteile.

Alternativ ist eine makroskopische Beschreibung der auf der Mikroebene ablaufenden Reaktionsprozesse möglich, die hier verwendet wird. Hierzu sind die zugehörigen Reaktionsgleichungen, die die stöchiometrischen Verhältnisse der jeweiligen chemischen Reaktion beschreiben, in eine mathematisch brauchbare Form zu überführen. Im Rahmen dieser Arbeit wird jeder Reaktionsprozess mit einer Evolutionsgleichung entsprechend

$$\dot{\Gamma}_{chem} = g_{chem} f_i \quad (4.43)$$

abgebildet. Hierbei beschreibt  $\Gamma_{chem}$  als Grad der Reaktion den Reaktionsfortschritt und ist zwischen 0 und 1 definiert. Der Prozessfaktor  $g_{chem}$  ist im Allgemeinen nichtlinear und von  $\Gamma_{chem}$  selbst abhängig. Des Weiteren können Reaktionsbedingungen, die die Reaktionsgeschwindigkeit beeinflussen, wie z. B. die Temperatur, mit zusätzlichen Faktoren  $f_i$  berücksichtigt werden.

Gleichung (4.43) bildet im Rahmen dieser Arbeit die Grundlage für die Modellierung der während der Alterung im Beton ablaufenden Reaktionen und wird nachfolgend auf die untersuchten Alterungsphänomene angewendet. Der Grad der jeweiligen Reaktion  $\Gamma_{chem}$  entspricht dabei der zugehörigen Leitvariable des Prognosemodells.

### 4.5.1 Hydratation

Die Hydratation beschreibt den mit der Zugabe von Wasser zu Zement einsetzenden exothermen Abbindeprozess des Zements. Für die Modellierung ist im vorliegenden Modell der von TACKE [95] vorgestellte makroskopische Ansatz für die Beschreibung der auf der Mikroebene ablaufenden Reaktionsprozesse gewählt, der anhand adiabatischer Temperaturversuche kalibriert wird.

Der Reaktionsfortschritt der Hydratation wird mit dem Grad der Reaktion  $\Gamma_{hyd}$  beschrieben, der in Ratenform mit dem Prozessfaktor  $g_{hyd}$  sowie den Geschwindigkeitsfaktoren  $f_T$  und  $f_H$  zur Berücksichtigung der Einflüsse aus Temperatur und relativer Feuchte zu

$$\dot{\Gamma}_{hyd} = g_{hyd} f_T f_H \quad (4.44)$$

definiert ist. Der Prozessfaktor  $g_{hyd}$  beschreibt die stark nichtlineare Reaktionsgeschwindigkeit der Hydratation bei konstanten thermischen und hygrischen Bedingungen. Nach der Zugabe von Wasser und einer kurzen Ruheperiode setzt der Abbindeprozess nach wenigen Stunden ein. Die Reaktionsgeschwindigkeit steigt in den folgenden Stunden an, erreicht nach weiteren 12 bis 24 Stunden ihr Maximum und beginnt anschließend zu sinken, da die Diffusion des Porenwassers durch das bereits hydratisierte Zementgel zum unhydratisierten Zementpartikel mit zunehmendem Reaktionsfortschritt erschwert wird. In Abhängigkeit vom Grad der Reaktion folgt der Prozessfaktor damit zu

$$g_{hyd} = k_m (A_m + \Gamma_{hyd}) (1 - \Gamma_{hyd}) \exp(-\eta_m \Gamma_{hyd}) . \quad (4.45)$$

Die Modellparameter  $k_m$ ,  $A_m$  und  $\eta_m$  sind wesentlich vom verwendeten Zement sowie der Rezeptur abhängig.

Die Temperatur hat einen signifikanten Einfluss auf die Hydratationsgeschwindigkeit. So wirken steigende Temperaturen beschleunigend, dagegen verläuft die Hydratation bei geringen Temperaturen langsamer. Mit dem ARRHENIUS-Ansatz

$$f_T = \exp\left(\frac{E_a^m}{R} \left[ \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right]\right) \quad (4.46)$$

und der Wahl der Aktivierungsenergie zu  $E_a^m = 33\,500 \text{ J/mol}$  für  $T_0 = 293,15 \text{ K}$  gelingt nach FREIESLEBEN ET AL. [43] eine gute Beschreibung der Temperaturabhängigkeit im Normaltemperaturbereich.

Der Abbindeprozess findet nur statt, sofern ausreichend Porenwasser zur Verfügung steht. Bei kleinen  $w/z$ -Werten bzw. einer zusätzlichen Austrocknung oberflächennaher Bereiche kommt die Hydratation jedoch bereits vorzeitig zum Erliegen und es verbleiben unhydratisierte Zementpartikel. Nach PARROTT ET AL. [79] ist für die Hydratation eine Mindestfeuchte von 55 % erforderlich. Mit Verwendung der MCAULEY-Klammer, die für negative Werte null ist, gilt somit nach PARROTT ET AL.

$$f_H = \frac{(\varphi - 0,55)^4}{0,45} . \quad (4.47)$$

Anstelle des hier gewählten Grades der Hydratation  $\Gamma_{hyd}$  zur Beschreibung des Hydratationsverlaufs wird häufig der Hydratationsgrad  $m$  verwendet, der zwischen null und dem theoretischen Endwert  $m_\infty$  definiert ist. Mit  $m_\infty$  nach Gleichung (4.2) gilt

$$\dot{m} = \dot{\Gamma}_{hyd} m_\infty . \quad (4.48)$$

Das während der Hydratation gebundene Wasser verringert die Porenwassermenge und muss somit als Senke im Wasserhaushalt berücksichtigt werden. Mit dem maximalen Wasserverbrauch  $w_{chem}$  der chemischen Reaktion nach Abschnitt 4.1, dem Zementgehalt  $z$  sowie  $m_\infty$  folgt der Senkterm in Abhängigkeit von  $\dot{\Gamma}_{hyd}$  zu

$$s_w = -w_{chem} z m_\infty \dot{\Gamma}_{hyd} \quad \text{mit} \quad w_{chem} = 22,8 \text{ M.-%} / z . \quad (4.49)$$

Des Weiteren ist die während der Hydratation freigesetzte Wärme als Quelle in der Energiebilanz zu berücksichtigen. Analog zu Gleichung (4.49) ergibt sich der Quellterm zu

$$s_e = Q_z z m_\infty \dot{\Gamma}_{hyd} . \quad (4.50)$$

Hierbei beschreibt  $Q_z$  die maximale Hydrationswärme in  $J/g$ , die in Abhängigkeit der Zementzusammensetzung bei vollständiger Hydratation freigesetzt wird.

### Ermittlung der Modellparameter

Die notwendigen Modellparameter des Prozessfaktors nach Gleichung (4.45) können mithilfe adiabatischer Temperaturversuche ermittelt werden, in denen der Beton in einem isolierten Zylinder erhärtet. Dabei werden laufend die Temperaturen innerhalb der Probe sowie an der Oberfläche des Zylinders gemessen. Die Umgebungstemperatur wird so angepasst, dass permanent ein Gleichgewicht zwischen innerer und äußerer Temperatur vorherrscht und somit kein Wärmetransport stattfindet. Mit dem Quellterm aus Gleichung (4.50) und der effektiven Wärmekapazität  $C_{pc}$  folgt die Energiebilanz ohne Transportterme zu

$$C_{pc} \frac{\partial T}{\partial t} = Q_z z m_\infty \frac{\partial \Gamma_{hyd}}{\partial t} . \quad (4.51)$$

Die während der gesamten Hydratation freigesetzte Wärmemenge kann nach Umstellen von Gleichung (4.51) mit den im Versuch gemessenen Start- und Endtemperaturen zu

$$Q_z = \frac{C_{pc}}{z m_\infty} (\hat{T}_\infty - \hat{T}_0) \quad (4.52)$$

bestimmt werden. Damit sind alle Größen bekannt und nach erneutem Umstellen von Gleichung (4.51) und Integrieren über  $t$  kann aus den an  $n$  diskreten Zeitpunkten im Versuch gemessenen Temperaturen  $\hat{T}$  der Verlauf von  $\hat{\Gamma}_{hyd}$  direkt ermittelt werden. Mit dem Anfangswert  $\hat{\Gamma}_{hyd,0} = 0$  folgt

$$\hat{\Gamma}_{hyd,i+1} = \hat{\Gamma}_{hyd,i} + \frac{C_{pc}}{Q_z z m_\infty} (\hat{T}_{i+1} - \hat{T}_i) \quad \text{mit } i = 0, 1, \dots, (n-1) . \quad (4.53)$$

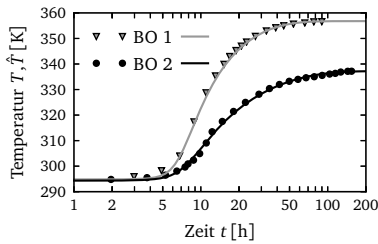
Eine direkte Anpassung von Gleichung (4.44) an Gleichung (4.53) ist bei Vernachlässigung des Einflusses der relativen Feuchte mit  $f_H = 1$  möglich. Die Modellparameter  $k_m$ ,  $A_m$  und  $\eta_m$  können z. B. mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmt werden.

Die Verifizierung des Hydrationsmodells erfolgt anhand von Versuchsergebnissen von BENTZ ET AL. [22], die für unterschiedliche normale und hochfeste Betone adiabatische Versuche durchführen. Alle notwendigen Material- und Modellparameter sind in Tabelle 4.9 gegeben.

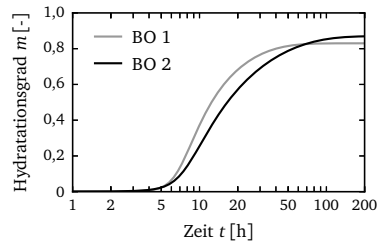
Beton	$z$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$w/z$ [-]	$s/z$ [-]	$\rho_s$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$k_m$ [1/h]	$A_m$ [-]	$\eta_m$ [-]	$m_\infty$ [-]
BO 1	438,1	0,45	0	2169,4	0,90	$1,4 \cdot 10^{-4}$	5	0,83
BO 2	274,7	0,65	0	2187,6	0,71	$4,4 \cdot 10^{-4}$	5	0,87
BH 1	474,8	0,30	0,05	2298,9	0,56	$3,0 \cdot 10^{-4}$	4	0,62
BH 2	483,9	0,30	0,10	2284,9	0,72	$1,0 \cdot 10^{-7}$	5	0,57

Tabelle 4.9: Material- und Modellparameter nach BENTZ ET AL. [22]

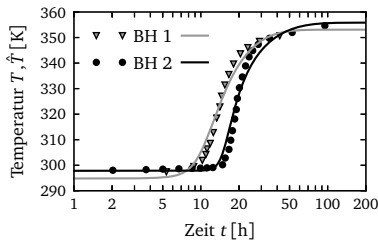
Die gemessenen Temperaturen sowie die mit dem Modell berechneten Temperaturen und Hydratationsgrade sind in Abbildung 4.12 dargestellt. Eine Anpassung unter adiabatischen Bedingungen gelingt für alle vier Betone, sofern  $C_{pc}$  während der Simulation konstant ist. Der Einfluss der Verringerung des Wassergehalts auf die Wärmespeicherkapazität bleibt somit unberücksichtigt.



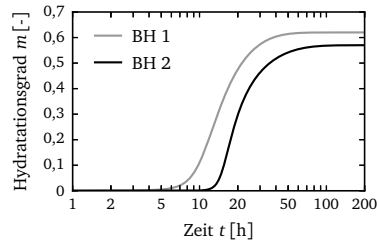
4.12.1: Temperaturentwicklung Normalbeton



4.12.2: Hydratationsgrad Normalbeton



4.12.3: Temperaturentwicklung hochfester Beton



4.12.4: Hydratationsgrad hochfester Beton

Abbildung 4.12: Verifikation des Hydratationsmodells anhand adiabatischer Versuche von BENTZ ET AL. [22]

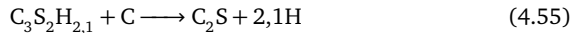
## 4.5.2 Dehydratation

Die Dehydratation ist eine endotherme Reaktion, die im Beton bei hohen Temperaturen stattfindet und die Zersetzung des Zementstein beschreibt. Der Prozess kann als Umkehrreaktion der Hydratation angesehen werden, da das während der Hydratation chemisch gebundene Wasser infolge hoher Temperaturen wieder freigesetzt wird.

Der hydratisierte Zementstein besteht neben der C-S-H-Phase und dem Portlandit aus weiteren Zementmineralen, die während der Dehydratation zersetzt werden. Nach OSTERMANN [77] sind die Reaktionen der beiden Hauptbestandteile jedoch wesentlich für die Alterung von Beton bei hohen Temperaturen. Wie Untersuchungen von KHOURY [58] zeigen, findet die Zersetzung von Portlandit, die mit der Reaktionsgleichung



beschreibbar ist, bei einer Temperatur von  $T \approx 800\text{ K}$  statt. Aus Calciumhydroxid entstehen als Reaktionsprodukte Calciumoxid und Wasser in Form von Wasserdampf. Dagegen findet die Zersetzung der C-S-H-Phase in einem sehr breiten Temperaturspektrum beginnend bei  $T = 453\text{ K}$  nach SCHNEIDER ET AL. [90] statt. Ursächlich hierfür sind die stark heterogene Struktur der C-S-H-Phase und die damit verbundene unterschiedliche Temperaturbeständigkeit der einzelnen Verbindungen. Zusammenfassend kann die Dehydratation der C-S-H-Phase nach SCHNEIDER [88] mit der Reaktionsgleichung in komprimierter Schreibweise



beschrieben werden. Als Reaktionsprodukte entstehen Calciumsilikat und Wasserdampf.

Für die numerische Umsetzung ist eine Überführung der Reaktionsgleichungen in ein mathematisches Modell notwendig, die analog zur Hydratation mittels einer Evolutionsgleichung für die ablaufenden Reaktionen sowie eines temperaturabhängigen Geschwindigkeitsfaktors erfolgen kann. ULM [98] schlägt dagegen einen allein von der Temperatur abhängigen Ansatz vor. Der Autor begründet sein Vorgehen mit dem im Brandfall vorherrschenden schnellen Temperaturanstieg und dessen dominierenden Einfluss auf die Zersetzung. Daher wird im vorliegenden Modell ein von OSTERMANN [77] vorgeschlagener temperaturabhängiger makroskopischer Ansatz zur Beschreibung der Reaktionsgleichungen (4.54) und (4.55) verwendet. Der Grad der Dehydratation folgt mit  $T_0 = 453\text{ K}$  sowie  $A_T = 0,004^1/\text{K}$  zu

$$\Gamma_{dehyd} = \begin{cases} 0 & \text{für } T < T_0 \\ 0,5 (1 + \sin(0,5\pi (1 - 2 \exp(-A_T (T - T_0)))))) & \text{für } T \geq T_0 \end{cases} \quad (4.56)$$

Fasst man die Dehydratation als Umkehrfunktion zur Hydratation auf, kann mit  $\Gamma_{dehyd}$  direkt auf den zur Charakterisierung der Porenstruktur notwendigen Hydratationsgrad  $m$  geschlossen werden. Somit gilt

$$m = \Gamma_{hyd} m_{\infty} (1 - \Gamma_{dehyd}) \quad (4.57)$$

mit  $\Gamma_{hyd}$  nach Abschluss des Abbindeprozesses. Der Einfluss der Dehydratation auf die Porenstruktur ist nach Einsetzen von  $m$  nach Gleichung (4.57) in Gleichung (4.3) direkt berücksichtigt.

Der während der Dehydratation freigesetzte Wasserdampf sowie die verbrauchte Energie sind analog zu Gleichung (4.49) und Gleichung (4.50), jedoch mit umgekehrten Vorzeichen, als Quelle im Wasserhaushalt bzw. als Senke im Energiehaushalt zu berücksichtigen.

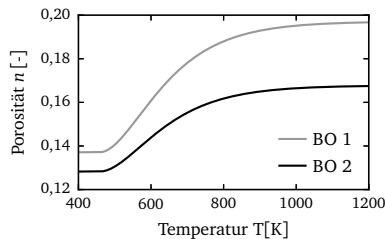


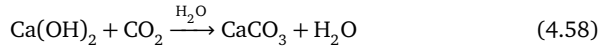
Abbildung 4.13: Einfluss der Dehydratation auf die Porosität

Abbildung 4.13 stellt den Einfluss der Dehydratation auf die Porosität für die Betone BO 1 und BO 2 aus Abschnitt 4.5.1 dar. Mit steigenden Temperaturen wird die Zersetzung des Zementstein beschleunigt und der Porenraum wird größer. Die Zunahme der Porosität hat eine Beschleunigung der Transportprozesse zur Folge. Des Weiteren führt die Zersetzung des Zementsteins zur Entfestigung des Materials, die im Rahmen dieser Arbeit als chemische Schädigung berücksichtigt ist, vgl. Abschnitt 5.3.3.

### 4.5.3 Karbonatisierung

Die Karbonatisierung beschreibt die Reaktion von  $\text{CO}_2$  mit den Phasen des Zementsteins. Einen detaillierten Überblick über die mehrstufige Reaktion gibt z. B. STEFFENS [93]. Ausgangspunkt der Karbonatisierung ist das partielle Lösen von gasförmigem, in den porösen Beton eindringendem  $\text{CO}_2$ . Die entstehende Kohlensäure reagiert mit den ebenfalls im Wasser gelösten karbonatisierungsfähigen Bestandteilen des Zementsteins zu Calciumcarbonat, das die Festigkeit erhöht und die Porenstruktur

verändert. Von entscheidender Bedeutung für die Karbonatisierung ist dabei die Reaktion des Calciumhydroxids, da es im Vergleich zu den anderen Alkalien in wesentlich größerer Menge vorliegt. Vereinfachend kann damit die Karbonatisierung mit



beschrieben werden. Neben dem entstehenden Calciumcarbonat wird während der Reaktion das zuvor im Calciumhydroxid chemisch gebundene Wasser freigesetzt.

Für die Überführung der Reaktionsgleichung (4.58) in eine mathematische Formulierung schlagen SAETTA ET AL. [86] einen Ansatz für die Reaktionsgeschwindigkeit der Karbonatisierung basierend auf der ARRHENIUS-Funktion vor. Neben der Temperaturabhängigkeit im Normaltemperaturbereich berücksichtigten die Autoren die Einflüsse aus den Wasser-, Calciumhydroxid- und Calciumcarbonatgehalten. Hier wird der Ansatz zusätzlich um den Einfluss des zur Verfügung stehenden Porenraums erweitert. Der Grad der Karbonatisierung folgt damit in Ratenform zu

$$\dot{\Gamma}_{\kappa_r} = g_{\kappa_r} f_H f_{\kappa} f_n . \quad (4.59)$$

Der Prozessfaktor ist hierbei nach SAETTA ET AL. [86] mit dem Parameter  $A_{\kappa_r} = 3 \text{ }^1/\text{s}$  sowie der Aktivierungsenergie  $E_a^{\kappa_r} = 37400 \text{ J/mol}$  zu

$$g_{\kappa_r} = A_{\kappa_r} \exp\left(-\frac{E_a^{\kappa_r}}{R T}\right) (1 - \Gamma_{\kappa_r}) \quad (4.60)$$

definiert. Mit steigendem Grad der Karbonatisierung sinkt die Reaktionsgeschwindigkeit. Bei  $\Gamma_{\kappa_r} = 1$  kommt die Reaktion ganz zum Erliegen.

Für die Reaktion von Calciumhydroxid und Kohlendioxid muss ausreichend Wasser vorhanden sein. SAETTA ET AL. [86] führen daher den Geschwindigkeitsfaktor

$$f_H = \begin{cases} 0 & \text{für } \varphi \leq \varphi_{\min} \\ 2,5(\varphi - \varphi_{\min}) & \text{für } \varphi_{\min} \leq \varphi \leq 0,9 \\ 1 & \text{für } \varphi > 0,9 \end{cases} \quad (4.61)$$

ein, der in den Grenzen  $\varphi_{\min} \leq \varphi \leq 0,9$  definiert ist. Als untere Grenze wählen SAETTA ET AL.  $\varphi_{\min} = 0,5$ . Des Weiteren wird die Abhängigkeit der Reaktionsgeschwindigkeit vom zur Verfügung stehenden  $\text{CO}_2$ -Gehalt  $\kappa$  mit

$$f_{\kappa} = \frac{\kappa}{\kappa_{\max}} \quad (4.62)$$

berücksichtigt, wobei der maximale  $\text{CO}_2$ -Gehalt im Beton  $\kappa_{\max}$  dem  $\text{CO}_2$ -Gehalt der Umgebungsluft  $\kappa_{\infty}$  entspricht. Der häufig zur Beschreibung des Reaktionsfortschritts verwendete Karbonatisierungsgrad  $KG$  entspricht dem hier eingeführten  $\Gamma_{\kappa_r}$ . Mit

der Menge des bereits reagierten Kohlendioxids  $\kappa_r$  bezogen auf die maximale  $\text{CO}_2$ -Bindekapazität  $\kappa_{r,\max}$  des Zements kann der Zusammenhang

$$KG = \Gamma_{\kappa_r} = \frac{\kappa_r}{\kappa_{r,\max}} \quad (4.63)$$

hergestellt werden. BUNTE [29] ermittelt für Portland-Zemente mit einem Hütten-sandanteil kleiner 60 % die maximale  $\text{CO}_2$ -Bindekapazität in Abhängigkeit von der Zementmenge  $z$  sowie vom Calciumoxidgehalt  $C$  des Zements. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird dieser Ansatz um den Einfluss der Hydratation erweitert. Damit folgt die  $\text{CO}_2$ -Bindekapazität zu

$$\kappa_{r,\max} = 0,0052 \left( C \frac{m}{m_\infty} - 3,2 \right) z. \quad (4.64)$$

Die Menge des gebundenen Kohlendioxids kann direkt aus Gleichung (4.63) bestimmt werden und ist als Senke

$$s_g^\kappa = -\dot{\Gamma}_{\kappa_r} \kappa_{r,\max} \quad (4.65)$$

im  $\text{CO}_2$ -Haushalt zu berücksichtigen.

In Abhängigkeit der Zementart hat die Karbonatisierung eine Veränderung der Porenstruktur zur Folge. So werden z. B. Betone aus CEM I mit zunehmender Karbonatisierung dichter. Mit einer Modifikation der Modellgleichung der Porosität kann der Einfluss der Karbonatisierung erfasst werden. Hierzu wird zusätzlich zur Porosität  $n_m$  nach Gleichung (4.3), die nur den Einfluss der Hydratation berücksichtigt, ein Anteil in Abhängigkeit von  $\Gamma_{\kappa_r}$  eingeführt. Die Porosität folgt damit zu

$$n = n_m + A_n^{\kappa_r} \Gamma_{\kappa_r}. \quad (4.66)$$

Der Parameter  $A_n^{\kappa_r}$  ist für jede Zementart zu bestimmen und hier standardmäßig zu null gesetzt. Wird der Porenraum infolge der Karbonatisierung kleiner, so verringert sich die Reaktionsgeschwindigkeit aufgrund der behinderten Expansion der Reaktionsprodukte. Der Einfluss des Porenraums ist in Gleichung (4.59) mit dem Ansatz

$$f_n = 1 - \exp(-a_{nr} n) \quad (4.67)$$

erfasst und für eine Variation des Parameters  $a_{nr}$  in Abbildung 4.14 dargestellt. Mit Wahl von  $a_{nr} = 4 \cdot 10^2$  wird in der vorliegenden Arbeit sichergestellt, dass die Karbonatisierung nur bei ausreichendem Porenraum stattfindet.

Das während der Reaktion freigesetzte Wasser ist als Quelle im Wasserhaushalt zu berücksichtigen. Nach STEFFENS [93] kann der Quellterm vereinfachend aus der stöchiometrischen Bedingung nach Gleichung (4.58) sowie aus dem Verhältnis der molaren Massen, die in Tabelle 4.3 gegeben sind, zu

$$s_w = 0,409 \Gamma_{\kappa_r} \quad (4.68)$$



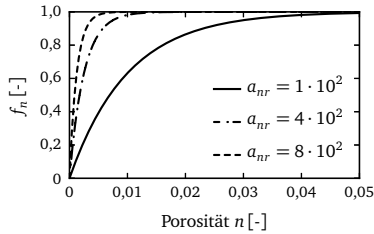


Abbildung 4.14: Einfluss der Porosität auf die Reaktionsgeschwindigkeit

bestimmt werden. Bei der Reaktion von 1 g  $\text{CO}_2$  wird somit 0,409 g  $\text{H}_2\text{O}$  freigesetzt. Der Einfluss der Karbonatisierung auf die Energiebilanz ist aufgrund der geringen Prozessgeschwindigkeit vernachlässigbar. Des Weiteren bleibt der Einfluss der Karbonatisierung auf die Festigkeit des Materials unberücksichtigt, da sich dieser Effekt ausschließlich auf oberflächennahe Bereiche konzentriert.

#### 4.5.4 Chloridbindung

Chloride können im Beton auch bei hoher Basizität der Porenlösung die Passivschicht der Bewehrung zerstören und somit Korrosion initiieren. Jedoch ist eine Unterscheidung zwischen gebundenen und freien Chloriden notwendig, da die Gefahr der Depassivierung nur von Letzterem ausgeht. Für eine Beschreibung der Depassivierung sind somit detaillierte Kenntnisse über das Reaktions- bzw. Bindeverhalten zwischen Chlorid und Zementstein erforderlich.

Die Chloridbindung im Beton ist auf zwei unterschiedliche Arten möglich. Zum einen findet eine chemische Bindung des Chlorids im Zementstein statt. Dabei kommt es vorrangig zur Bildung von Calciumaluminatmonochlorid, besser bekannt als FRIEDEL'Sches Salz. In geringem Maße ist auch eine Bindung in der C-S-H-Phase möglich. Zum anderen findet eine physikalische Bindung statt, bei der die Chloride infolge der VAN-DER-WALLS-Kräfte an der Oberfläche des Zementsteins zwischen den Hydratphasen adsorbiert werden. Finden zusätzlich Reaktionen unter Bildung von chemischen Bindungen auf den Oberflächen statt, spricht man von Chemiesorption. Vereinfachend werden die Adsorption und die Chemiesorption im Folgenden zur Sorption zusammengefasst. Alle während der Sorption entstehenden Bindungen sind reversibel.

Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der Beschreibung der Depassivierung infolge der von außen in das Material eindringenden Chloride, die überwiegend mittels Sorption gebunden werden. Daher bleibt die chemische Bindung der eindringenden Chloride unberücksichtigt. Des Weiteren ist die chemische Bindung des über die Ausgangsstoffe

im Material vorhandenen Eigenchloridgehalts innerhalb der Hydratphasen nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

Unter Voraussetzung der Reversibilität der Sorption besteht ein Gleichgewicht zwischen den im Porenwasser gelösten und den gebundenen Chloriden, das allgemein mit Sorptions-Isothermen beschrieben wird. Einen Überblick über geeignete Sorptions-Isotherme gibt z. B. WOWRA [100], der anhand von Sorptionsversuchen die Anwendbarkeit der FREUNDLICH- und der LANGMUIR-Isotherme sowie des EXCESS SURFACE WORK Modells nach ADOLPHS ET AL. [1] vergleicht.

Im vorliegenden Modell ist die LANGMUIR-Isotherme für die Beschreibung der Sorption gewählt, die vor allem für kleine und mittlere Chloridkonzentrationen eine gute Anpassung an Sorptionsversuche ermöglicht. Der Vorteil der LANGMUIR-Isotherme besteht darin, dass die Isotherme sich asymptotisch einem Endwert annähert und somit direkt in das hier verwendete Schema nach Gleichung (4.43) integriert werden kann. Der Grad der Chloridbindung folgt in Ratenform damit zu

$$\dot{\Gamma}_{\gamma_r} = g_{\gamma_r} f_{KG} f_n, \quad (4.69)$$

wobei der Prozessfaktor als Rate der LANGMUIR-Isotherme mit

$$g_{\gamma_r} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{k_c \gamma_{Cl}}{1 + k_c \gamma_{Cl}} \right) \quad (4.70)$$

definiert ist. Der Chloridgehalt des Salzes  $\gamma_{Cl}$  folgt aus den molaren Massen von Chlorid und Natriumchlorid sowie dem Salzgehalt  $\gamma$  der Lösung zu

$$\gamma_{Cl} = \frac{M_{Cl}}{M_{NaCl}} \gamma = 0,6066 \gamma. \quad (4.71)$$

Die Menge an gebundenem Chlorid  $\gamma_{Cl,r}$  kann mit  $\Gamma_{\gamma_r}$  sowie der maximalen Bindekapazität  $\gamma_{Cl,r,max}$  bestimmt werden und ist als Senke

$$s_w^{\gamma} = -\dot{\Gamma}_{\gamma_r} \gamma_{Cl,r,max} \quad (4.72)$$

im Salzhaushalt zu berücksichtigen. Der Modellparameter  $k_c$  sowie die maximale Bindekapazität  $\gamma_{Cl,r,max}$  sind abhängig von den Zementbestandteilen sowie den verwendeten Zusatzmitteln und sind experimentell zu bestimmen. Des Weiteren leiten FLOREA ET AL. [42] aus Sorptionsversuchen einen Zusammenhang zwischen der Bindekapazität und dem Hydratationsgrad her. Die Versuche zeigen, dass die Bindekapazität in einem nicht vollständig hydratisierten Beton im Vergleich zu einem Beton mit abgeschlossener Hydratation geringer ist.

Zudem konnte in zahlreichen Versuchen der Einfluss der Karbonatisierung auf die Chloridbindung beobachtet werden, der nach MÜLLER [70] zum einen in der Änderung der Struktur des Zementsteins, zum anderen im sinkenden pH-Wert begründet ist. In Gleichung (4.69) wird der von MÜLLER vorgeschlagene Ansatz

$$f_{KG} = 1 - a_{KG} KG \quad (4.73)$$

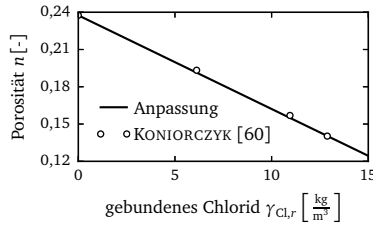


Abbildung 4.15: Verringerung der Porosität infolge gebundener Chloridionen

berücksichtigt. Der Modellparameter  $a_{KG}$  ist experimentell zu bestimmen.

KONIORCZYK ET AL. [60] untersuchen den Einfluss von Salz auf die Porenstruktur von Zementmörtel und Beton mittels Quecksilberporosimetrie und zeigen, dass mit steigender Menge an gebundenem Chlorid der zur Verfügung stehende Porenraum kleiner wird. In Abbildung 4.15 sind die Versuchsergebnisse sowie der analog zu Gleichung (4.66) gewählte Ansatz

$$n = n_m + A_n^{\gamma_r} \Gamma_{\gamma_r} \quad (4.74)$$

dargestellt. Sofern nicht weiter angegeben gilt  $A_n^{\gamma_r} = 0$ . Die Porosität nach Gleichung (4.74) kann mit  $A_n^{\gamma_r} < 0$  und  $n_m < |A_n^{\gamma_r} \Gamma_{\gamma_r}|$  negativ werden. Daher ist in Gleichung (4.69) die Reduzierung der Bindegeschwindigkeit mit  $f_n$  nach Gleichung (4.67) berücksichtigt. Die Chloridbindung kann somit nur stattfinden, wenn ausreichend Porenraum zur Verfügung steht.

### Transport und Bindung von Chlorid nach LUNK [65]

LUNK untersucht in [65] das Transport- und Bindeverhalten von in Beton eindringendem Chlorid. Beide Prozesse verlaufen stets parallel und können aufgrund der gegenseitigen Wechselwirkung nur zusammen betrachtet werden. Die Ergebnisse von LUNK enthalten sowohl Angaben zum freien Chloridgehalt als auch zum Gesamtchloridgehalt und erlauben somit einen Rückschluss auf den Chloridbindeprozess.

Die Versuche führt LUNK an Scheiben mit den Abmessungen 150 mm x 130 mm x 35 mm durch, die, wie in Abbildung 4.16 dargestellt, an fünf Seiten mit Epoxidharz abgedichtet sind. Aus diesem Grund sind nur eindimensionale Transportprozesse senkrecht zur unversiegelten Stirnseite möglich. Die Versuche starten nach 90-tägiger Konditionierung, die detailliert von LUNK [65] beschrieben ist. Die gefertigten Proben lagern während des Versuchs 72 Stunden in einer 3 % igen NaCl-Lösung. Anschließend werden nacheinander Lagen mit einer Schichtdicke von 2 mm parallel zur unversiegelten Oberfläche abgefräst und an dem aufgefangenen Betonmehl der jeweilige Chloridgehalt bestimmt. Dabei ermittelt LUNK den Gesamtchloridgehalt nach Salpetersäureaufschluss und den freien Chloridgehalt nach Kaltwasseraufschluss mit der Direktpotentiometrie.

4.10.1: Material	4.10.2: Modellparameter	4.10.3: Anfangswerte	4.10.4: Randbedingungen
$z = 350 \text{ kg/m}^3$	$k_0 = 2 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2$	$T_0 = 293,2 \text{ K}$	$\alpha_T = 8,5 \text{ W/m}^2 \text{ K}$
$w/z = 0,5$	$D_{w,0}^Y = 1,55 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$	$\varphi_0 = 60\%$	$\alpha_v = 6,1 \cdot 10^{-8} \text{ kg/m}^2 \text{ s Pa}$
$s/z = 0,0$	$\gamma_{\text{Cl},r,\text{max}} = 20 \text{ kg/m}^3$	$p_{a,0} = 101325 \text{ Pa}$	$\alpha_a = 6,1 \cdot 10^{-8} \text{ kg/m}^2 \text{ s Pa}$
$\rho_s = 2237 \text{ kg/m}^3$	$k_c = 0,08$	$w_{w,0}^Y = 0,001 \text{ M.-%}$	$\alpha_w^Y = 3,3 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m}^2 \text{ s}$

Tabelle 4.10: Material-, Modell- und Berechnungsparameter nach LUNK [65]

In den Simulationen sind homogene Initialbedingungen für die Feuchte- und Temperaturverteilungen vorausgesetzt, wie sie bei erfolgreicher Konditionierung zu erwarten sind. An der freien Oberfläche wird die Probe analog zum Experiment mit einer 3 %igen NaCl-Lösung beansprucht. An allen anderen abgedichteten Rändern sind die Flüsse zu Null gesetzt. Alle notwendigen Material-, Modell- sowie Berechnungsparameter sind zusammenfassend in Tabelle 4.10 dargestellt. Jedoch fehlen in [65] Angaben über den Hydratationsverlauf sowie die Feuchtespeicherfunktion. Der Hydratationsgrad wird daher mit  $m = 1,0$  angenommen und die Parameter für die Feuchtespeicherfunktion aus Abschnitt 4.2.2 für Normalbeton BO entnommen. Des Weiteren ist die maximale Bindekapazität des Betons mit  $\gamma_{\text{Cl},r,\text{max}} = 20 \text{ kg/m}^3$  sowie der Parameter der LANGMUIR-Isotherme mit  $k_c = 0,08$  abgeschätzt.

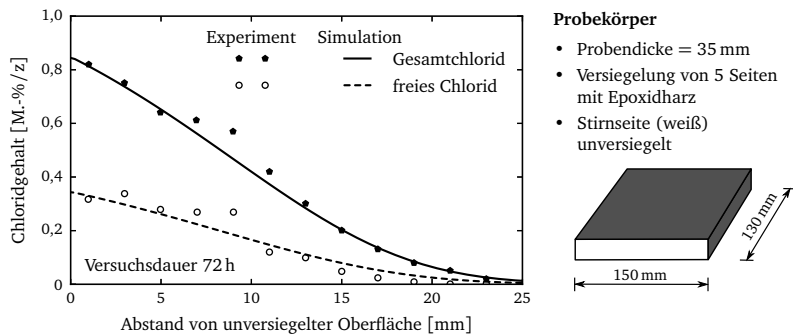


Abbildung 4.16: Untersuchung der Chloridbindung nach LUNK [65]

Abbildung 4.16 zeigt die Versuchs- und Berechnungsergebnisse nach 72 Stunden für den freien Chlorid- und den Gesamtchloridgehalt. Die Darstellung der Ergebnisse erfolgt bezogen auf die Zementmasse. Die Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen dem Experiment und dem entwickelten Modell. Sowohl Transport- als auch Bindeprozesse sind gut abbildbar. Die Abweichungen, vor allem in einem Oberflächenabstand von ca. 10 mm, sind zum einen auf die fehlenden Modellparameter zurückzuführen. Zum anderen sind Aussagen über die Güte der Versuchsergebnisse aufgrund fehlender Angaben schwer möglich.

## 5 Spannungs-Deformationsverhalten

Der in Kapitel 2 eingeführte Leitprozess Deformation ist in Kapitel 3 mit der Impulsbilanz verknüpft und erlaubt eine allgemeine Beschreibung des Deformationsverhaltens. Zusätzlich sind Materialmodelle notwendig, die das Deformationsverhalten von Beton über die gesamte Alterungsgeschichte prognostizieren und dem Leitprozess Deformation zugeordnet sind. Das im Folgenden vorgestellte Materialmodell bildet eine Komponente der Materialbibliothek, die neben den Leitvariablen und den Leitprozessen den dritten Bestandteil des entwickelten Prognosemodells darstellt.

Nachfolgend ist zunächst ein Überblick über die wesentlichen Phänomene des Deformationsverhaltens des alternden Betons gegeben. Anschließend werden die Grundlagen der Modellierung sowie das verwendete makroskopische Materialmodell vorgestellt. Das Deformationsverhalten infolge zyklischer Beanspruchungen ist dabei nicht Gegenstand dieser Arbeit. Das verwendete Materialmodell wird abschließend an Schwind- und Kriechversuchen verifiziert.

### 5.1 Phänomenologie

Beton ist ein heterogener Werkstoff, dessen Deformationsverhalten wesentlich von der Ausbildung der Mikrostruktur des Zementsteins sowie von der Beschaffenheit der Kontaktzone zwischen Zementstein und Gesteinskörnung abhängt. Die mechanischen Eigenschaften von Beton unterliegen während der Lebensdauer einer Alterung, die einerseits von Reaktionsprozessen, die im Zementstein stattfinden und zu einer Veränderung der Mikrostruktur führen, hervorgerufen werden. Andererseits haben die Ausbildung und das Wachstum von Mikrorissen eine Materialalterung zur Folge. Eine Alterung der Gesteinskörnung kann bei normalen Temperaturen vernachlässigt werden.

Deformationen, die in Betonbauteilen über die Lebensdauer auftreten, können von unterschiedlichen Ursachen hervorgerufen werden und müssen im Entwurfs- bzw. Konstruktionsprozess Berücksichtigung finden. Hinsichtlich der Beanspruchungsdauer kann zwischen dem Kurzzeit- und dem Langzeitdeformationsverhalten unterschieden werden. Infolge einer kurzzeitigen, monotonen Belastung ist an einer Betonprobe eine spontane elastische Verformung zu beobachten, die nach Entlastung wieder zurückgeht. Des Weiteren sind aufgrund der Ausbildung von Mikrorissen und deren Wachstum zusätzliche bleibende Verformungen möglich. Daneben zeigen Proben

in mechanischen Langzeitversuchen ein vom Kurzzeitverhalten stark abweichendes Deformationsverhalten, das für die Beschreibung der Alterung eine große Bedeutung hat. Ferner sind Volumenänderungen an unbelasteten Bauteilen zu beobachten, die auf thermische und hygrische Austauschprozesse mit der Umgebung sowie auf Reaktionsprozesse innerhalb des Materials zurückzuführen sind. Der folgende Abschnitt gibt einen Überblick über das Deformationsverhalten von Beton infolge von Kurzzeit- und Langzeitbeanspruchungen. Des Weiteren wird das Materialverhalten von Beton bei einer kurzzeitig wirkenden Hochtemperaturbeanspruchung vorgestellt.

### 5.1.1 Kurzzeitdeformationsverhalten von Beton

Das Deformationsverhalten von Beton infolge einer kurzzeitig monoton wirkenden Belastung weist hinsichtlich der hervorgerufenen Spannungszustände große Unterschiede auf. Beton besitzt eine hohe Druckfestigkeit. Dagegen ist aufgrund der Heterogenität des Materials die Zugfestigkeit um ein Vielfaches kleiner und kann mit ca. 10 % der Druckfestigkeit abgeschätzt werden. Des Weiteren führt die Ausbildung von mehraxialen Spannungszuständen, wie sie in der Realität üblich sind, zu einer Steigerung der Beanspruchbarkeit des Materials. Der unterschiedliche Lastabtrag infolge einaxialer Druck- und Zugbeanspruchungen sowie einer mehraxialen Beanspruchung wird im Folgenden vorgestellt.

#### Einaxiale Druckbeanspruchung

Abbildung 5.1 stellt schematisch die Spannungs-Verzerrungsbeziehung infolge einer Druckbeanspruchung sowie den Verlauf der Mikrorissentwicklung dar. Zunächst steigen die Spannungen proportional zu den Verzerrungen. Ab etwa einem Drittel

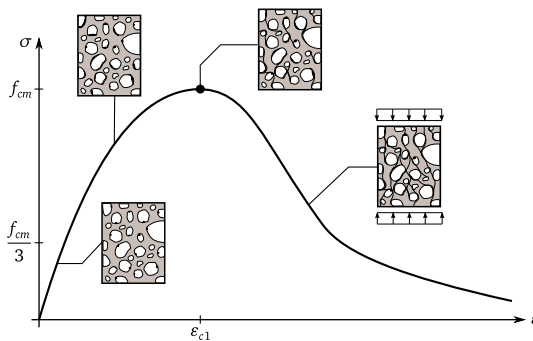
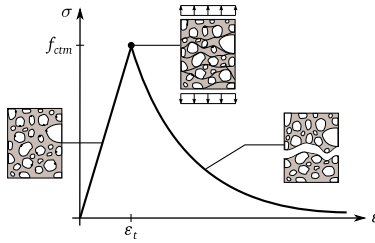
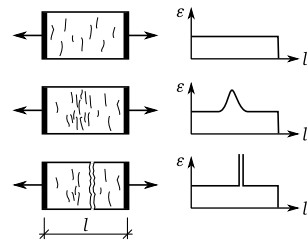


Abbildung 5.1: Spannungs-Verzerrungsdiagramm und Rissentwicklung bei einaxialer Druckbeanspruchung



5.2.1: Spannungs-Verzerrungsdiagramm



5.2.2: Lokalisierung der Verzerrungen

Abbildung 5.2: Spannungs-Verzerrungsdiagramm sowie Rissentwicklung und Lokalisierung der Verzerrungen bei einaxialer Zugbeanspruchung

der maximalen Druckfestigkeit  $f_{cm}$  beginnt das Mikrorisswachstum in der Kontaktzone zwischen Gesteinskörnung und Zementstein. Die Risse verlaufen aufgrund der sich im Zementstein durch Spannungsumlagerungen ausbildenden Querkzugkräfte überwiegend parallel zur Belastungsrichtung. Kurz vor Erreichen von  $f_{cm}$  beginnen die Mikrorisse in den Zementstein hinein zu wachsen und sich zu Makrorissen zu verbinden. Nach Erreichen von  $f_{cm}$  setzt die Entfestigung des Materials ein, die durch einen starken Abfall der aufnehmbaren Spannung gekennzeichnet ist.

### Einaxiale Zugbeanspruchung

Beton zeigt unter Zugbeanspruchungen ein sehr sprödes Materialverhalten, das in Abbildung 5.2.1 zusammen mit der Rissentwicklung dargestellt ist. Bis zum Erreichen der zentralen Zugfestigkeit  $f_{ctm}$  steigen die Spannungen nahezu linear zu den Verzerrungen, da Mikrorisswachstum kaum stattfindet. Wie Abbildung 5.2.2 zeigt, sind die Mikrorisse orthogonal zur Beanspruchungsrichtung ausgerichtet und es liegt ein über die Probenlänge konstanter Verzerrungszustand vor. Kurz vor Erreichen von  $f_{ctm}$  tritt eine örtliche Konzentration der Mikrorisse auf, die mit einer überproportionalen Zunahme der Verzerrungen einhergeht. Das anschließende Zusammenwachsen der Mikrorisse zu einem Makroriss führt zum Versagen des Probekörpers.

### Mehraxiale Beanspruchung

In Betonstrukturen sind in der Regel räumliche Spannungszustände vorhanden, da selbst einaxiale Beanspruchungen infolge geometrischer Fehlstellen oder konzentrierter Lasteinleitung mehraxiale Spannungszustände hervorrufen. Mehraxiale Zugspannungszustände im Beton zeigen dabei keine wesentlichen Abweichungen vom vorgestellten einaxialen Lastabtrag. Dagegen steigt bei mehraxialen Druckspannungszuständen die Beanspruchbarkeit des Materials. Untersuchungen von KUPFER [62] zeigen, dass biaxiale Druckbeanspruchungen infolge der überdrückten Querdehnung zu einer Steigerung der Beanspruchbarkeit von bis zu 25 % im Vergleich zur

einaxialen Druckfestigkeit führen. Gleiches gilt für triaxiale Druckspannungszustände, die aufgrund einer sich ausbildenden Umschnürungswirkung zu einem Anstieg der maximal aufnehmbaren Druckspannung führen. Diese ist umso größer, je stärker sich der Spannungszustand der hydrostatischen Achse nähert.

### 5.1.2 Langzeitdeformationsverhalten von Beton

Neben den spontan auftretenden Deformationen infolge kurzzeitiger Belastung zeigt der Werkstoff Beton ein ausgeprägtes Langzeitdeformationsverhalten, das in Abbildung 5.3 für die angegebene Beanspruchungsgeschichte schematisch dargestellt ist. Thermische Einflüsse sind hierbei unberücksichtigt.

Bereits im unbelasteten Zustand sind an Betonbauteilen Deformationen zu beobachten, die auf hygrische Wechselwirkungen zwischen dem Bauteil und den Umgebungsbedingungen zurückzuführen sind. Entsprechend den vorherrschenden Feuchtegradienten entstehen dabei Quell- oder Schwindverformungen, die im Folgenden zusammenfassend als Schwinden  $\varepsilon_{sh}$  bezeichnet werden.

Mit Belastungsbeginn zum Zeitpunkt  $t_1$  treten spontane Verzerrungen  $\varepsilon_0(t_1)$  auf, die bereits in Abschnitt 5.1.1 erläutert sind. Während einer konstanten Belastung ist eine Deformationszunahme zu beobachten, die allgemein als Kriechen  $\varepsilon_{cr}$  bezeichnet wird und dessen Rate mit zunehmender Belastungsdauer abnimmt. Die Kriechrate zeigt dabei eine starke Abhängigkeit vom Wassergehalt und von der Temperatur. Hohe relative Feuchten sowie hohe Temperaturen beschleunigen das Kriechen. Mit der Entlastung findet eine spontane Rückverformung von  $\varepsilon_0(t_3)$  statt und das Rückkriechen  $\varepsilon_{cr}(t, t_3)$  setzt ein. Infolge einer Alterung können jedoch nach Entlastung und Erholung Verformungen im Material bleiben, die auf Änderungen der Mikrostruktur infolge chemischer Reaktionen oder Mikrorissbildung zurückzuführen sind. Wird

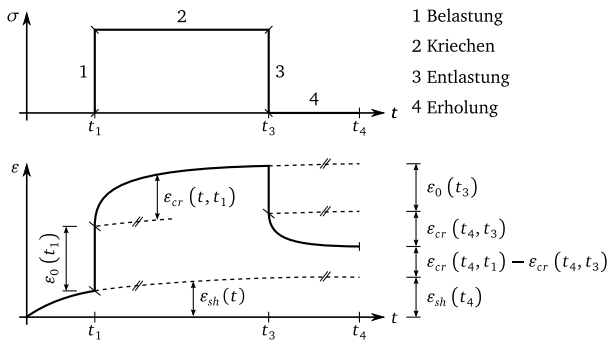


Abbildung 5.3: Langzeitdeformationsverhalten von Beton



statt der äußeren Spannung eine Verformung eingeprägt, so nimmt die resultierende Spannung mit der Zeit ab. Das als Relaxation bezeichnete Phänomen und das Kriechen beruhen physikalisch betrachtet auf identischen Ursachen und werden daher im Rahmen dieser Arbeit mit dem gleichen Modell beschrieben. Nachfolgend werden die Phänomene Schwinden und Kriechen und deren Ursachen näher betrachtet.

## **Schwinden**

Das Phänomen Schwinden beschreibt die Volumenverringerung infolge einer abnehmenden Materialfeuchte. Im Allgemeinen unterscheidet man zwischen autogenem bzw. chemischem Schwinden, Kapillarschwinden, Trocknungsschwinden und Karbonatisierungsschwinden. Autogenes bzw. chemisches Schwinden beschreibt die bereits während des Hydratationsprozesses entstehenden Schwindverzerrungen, die auf die Komprimierung des im Zementstein chemisch gebundenen Wassers zurückzuführen sind. Kapillarschwinden findet infolge schneller Austrocknung im frühen Erhärtungsstadium, in der Regel innerhalb der ersten Stunden, statt, solange der frische Beton noch keine Festkörpereigenschaften aufweist. Treten Schwindverformungen durch die Austrocknung der Oberflächen zu einem späteren Zeitpunkt auf, spricht man vom Trocknungsschwinden. Dagegen beschreibt das Karbonatisierungsschwinden die Volumenabnahme während der Karbonatisierung, die auf Umkristallisation und Verdampfen des frei werdenden Wassers beruht, vgl. Abschnitt 4.5.3. Jedoch hat das Karbonatisierungsschwinden nur eine untergeordnete Bedeutung, da die Karbonatisierung nur im Randbereich stattfindet.

Im Allgemeinen ist das Phänomen Schwinden auf eine Wechselwirkung zwischen der Feststoffmatrix und Wasser zurückzuführen. Ursächlich hierfür sind Änderungen der Oberflächenspannung, des Spaltdrucks und der Kapillarspannung, die im Folgenden erläutert werden.

**Oberflächenspannung** Die Oberflächenspannung eines Gelteilchens ist bestrebt, dessen Oberfläche zu minimieren. Somit entsteht im Gelteilchen eine hydrostatische Druckspannung. Bei Anlagerung von Wassermolekülen infolge Adsorption nimmt die Oberflächenspannung ab und das Volumen des Gelteilchens vergrößert sich. Quellen setzt ein. Die Desorption führt dagegen zum Anstieg der Oberflächenspannung und zum Schwinden. Der Einfluss der Oberflächenspannung auf die Volumenänderung ist nur bei geringer relativer Feuchte  $\varphi < 40\%$  vorhanden.

**Spaltdruck** Spaltdruck existiert in Bereichen, in denen der Abstand zwischen den Festkörpern kleiner der doppelten Dicke des Sorbatfilms ist. Der geringe Abstand behindert die Adsorption von Wassermolekülen, sodass sich ein Spaltdruck aufbauen kann, der den sekundären Bindungskräften der Oberflächen entgegen wirkt und Quellen hervorruft. Der Spaltdruck variiert in Abhängigkeit von der relativen Feuchte  $\varphi$  und dem Gehalt an Calciumionen in der Porenlösung. Änderungen des Spaltdrucks

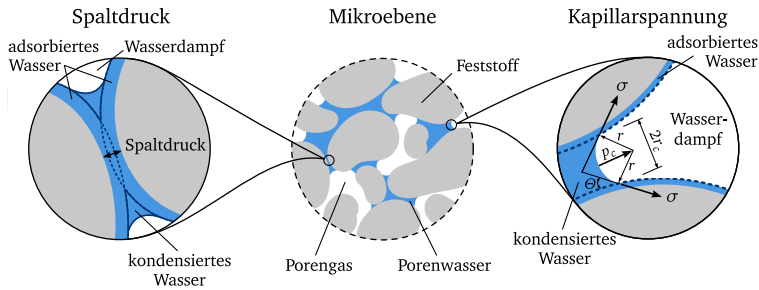


Abbildung 5.4: Schematische Darstellung von Spaltdruck und Kapillarspannung

sind erst bei  $\varphi > 40\%$  ursächlich fürs Schwinden. Abbildung 5.4 gibt hierzu eine schematische Übersicht.

**Kapillarspannung** Desorptionsvorgänge führen zu einer Entleerung von Kapillarporen, deren Radien größer sind als der Kapillarradius  $r_c$ . Mit der Oberflächenspannung  $\sigma$  des Wassers bilden sich Menisken in den teilgesättigten Poren aus, vgl. Abbildung 5.4. Der entstehende Kapillardruck  $p_c$  folgt nach Abschnitt 4.3.2 aus der KELVIN-Gleichung (4.16). Ein steigender Kapillardruck bewirkt eine Kompression des umgebenden Feststoffes und führt zu makroskopischen Schwindverzerrungen. Schwindverformungen infolge von Änderungen der Kapillarspannung treten vor allem bei hoher relativer Feuchte auf.

## Kriechen

Das Phänomen Kriechen kann nach BAŽANT ET AL. [15] in Grundkriechen und Trocknungskriechen bzw. spannungsinduziertes Schwinden unterteilt werden. Dabei beschreibt Ersteres das Deformationsverhalten eines Materials, in dem kein gleichzeitiger Feuchtetransport stattfindet, wie z. B. bei versiegelten Betonproben. Letzteres berücksichtigt dagegen den zusätzlichen Anteil an Deformationen infolge einer durch die Umgebungsbedingungen hervorgerufenen Austrocknung und geht auf Beobachtungen von PICKETT [82] zurück. Der nach ihm benannte PICKETT-Effekt, den Abbildung 5.5 zeigt, besagt, dass die Summe der Verformungen aus Grundkriechen einer versiegelten Probe unter Belastung und dem Schwinden der unversiegelten, unbelasteten Probe nicht gleich der Gesamtverformungen der belasteten, trocknenden Probe ist. Die Differenzverformungen werden, wie in Abbildung 5.5 dargestellt, dem Trocknungskriechen zugeschrieben.

Die Ursache für die makroskopisch beobachtbaren Kriechverformungen liegt in der Mikrostruktur begründet. Mechanische Beanspruchungen führen zu Gleit- und Verdichtungsvorgängen zwischen den Gelporen. Des Weiteren finden innerhalb des

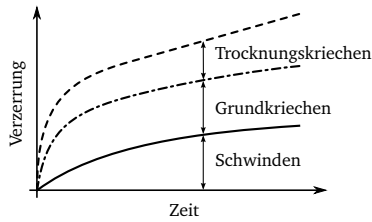


Abbildung 5.5: PICKETT-Effekt [82]

Zementsteins entgegen dem Spannungsgradienten Diffusionsvorgänge von Wassermolekülen statt. Die nach der Entlastung zu beobachtende zeitverzögerte Rückverformung ist auf entgegengesetzte Diffusions- und Gleitvorgänge zurückzuführen. Jedoch verbleiben nach vollständiger Entlastung und abgeschlossener Rückverformung Deformationen im Material. Daher wird üblicherweise eine Aufteilung der entstehenden Deformationen in einen visko-elastischen und einen viskosen Anteil vorgenommen.

### 5.1.3 Materialverhalten von Beton infolge hoher Temperaturen

Hohe Temperaturen führen im Beton zu einem im Vergleich zu normalen Temperaturen unterschiedlichen Materialverhalten, das auf die Dehydratation und zusätzliche innere Einwirkungen zurückzuführen ist. Die infolge hoher Temperaturen einsetzende Zersetzung des Zementsteins hat eine Reduzierung der Festigkeit und der Steifigkeit des Materials zur Folge, vgl. SCHNEIDER [90]. Des Weiteren entstehen bei ungleichmäßiger Erwärmung große Temperaturgradienten im Querschnitt, die thermische Verzerrungen hervorrufen. Ferner haben steigende Temperaturen auch einen Anstieg des Porengasdruckes zur Folge, da Porenwasser verdampft und zusätzlich Wasserdampf während der Dehydratation freigesetzt wird. Thermische Verzerrungen sowie steigende Porengasdrücke können in Abhängigkeit der Zusammensetzung und der Beschaffenheit des Materials sowie den vorherrschenden Umgebungsbedingungen oberflächennahe Abplatzungen hervorrufen und damit die Tragfähigkeit maßgeblich reduzieren.

## 5.2 Grundlagen der Modellierung

Aufbauend auf den in Abschnitt 5.1 beschriebenen Phänomenen ist ein Modell zu entwickeln, das die Beschreibung des Spannungs-Deformationsverhaltens von Beton während der Lebensdauer erlaubt. Die dem hier vorgestellten Modell zu Grunde liegenden Annahmen sowie die wesentlichen theoretischen Grundlagen werden in diesem Abschnitt vorgestellt.

## 5.2.1 Voraussetzungen

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Modell beruht auf folgenden Annahmen:

- Die Voraussetzung kleiner Verzerrungen ermöglicht die Verwendung einer linearen Kinematik mit

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} ((\nabla \mathbf{u})^T + \nabla \mathbf{u}) \quad (5.1)$$

sowie die additive Zerlegung der Gesamtverzerrung  $\boldsymbol{\varepsilon}$ . Die Beschreibung weiterer Phänomene kann daher mit der Definition und Addition zusätzlicher Verzerrungsanteile erfolgen.

- Der Einfluss der Alterung infolge einer Veränderung der Mikrostruktur auf das Deformationsverhalten ist auf zwei unterschiedliche Arten erfasst. Die Festigkeitsentwicklung während der Hydratation wird mit vom Hydratationsprozess abhängigen Modellparametern berücksichtigt, vgl. Abschnitt 5.2.2. Dagegen sind Endfestigungen aufgrund von Mikrorisswachstum und Dehydratation indirekt über die gewählte Schädigungsformulierung erfasst.
- Die Entwicklung der mechanischen Schädigung findet nur aufgrund von Kurzzeitbeanspruchungen statt. Einflüsse aus Langzeitbeanspruchungen oberhalb der Dauerstandfestigkeit auf die mechanische Schädigung bleiben damit unberücksichtigt.

Mit den getroffenen Annahmen folgt die Gesamtverzerrung im vorgestellten Modell als Summe der einzelnen Verzerrungsanteile zu

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{el} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{sh} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{cr} . \quad (5.2)$$

Für die Modellierung der einzelnen Verzerrungsanteile gilt:

- Die Beschreibung der elastischen Verzerrungen erfolgt nach der Hyperelastizität mit  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{el} = \frac{\partial}{\partial t} (\tilde{\mathbb{F}}_{el} : \boldsymbol{\sigma})$ . Somit rufen sowohl eine Änderung der Spannung als auch eine Änderung der effektiven Nachgiebigkeit  $\tilde{\mathbb{F}}_{el}$  Verzerrungen hervor. Hierbei ist  $\tilde{\mathbb{F}}_{el}$  von der Festigkeits- und Schädigungsentwicklung zur Berücksichtigung der Alterung abhängig.
- Das Kurzzeitdeformationsverhalten wird mit einem gekoppelten Plastizitäts- und Schädigungsmodell beschrieben, das in Abschnitt 5.3 vorgestellt ist. Die Grundlagen der Schädigungsmodellierung, der Thermodynamik irreversibler Prozesse sowie der erweiterten Kontinuumsmechanik sind in Abschnitt 5.2.3 bis 5.2.5 gegeben.

- Die thermischen Verzerrungen sind mit  $\dot{\epsilon}_{th} = \frac{\partial}{\partial t}(\beta_c T)$  I beschrieben. Bei Normaltemperatur ist der thermische Ausdehnungskoeffizient  $\beta_c$  nahezu konstant und mit  $\beta_c = 1 \cdot 10^{-5} 1/K$  gewählt. Hohe Temperaturen führen dagegen zu einem starken Anstieg von  $\beta_c$ . OSTERMANN [77] leitet in Abhängigkeit der einzelnen Bestandteile von Beton mittels Homogenisierung eine makroskopische Modellgleichung des Ausdehnungskoeffizienten in Abhängigkeit der Temperatur her, die hier verwendet wird.
- Die mechanische Wechselwirkung zwischen den Porenfluiden und der festen Phase ist mithilfe der hygrischen Verzerrungen  $\dot{\epsilon}_{sh}$  berücksichtigt und in Abschnitt 5.4 beschrieben.
- Die Modellierung der in  $\dot{\epsilon}_{cr}$  zusammengefassten visko-elastischen und viskosen Verzerrungen zur Beschreibung des Kriechphänomens erfolgt in Abschnitt 5.5 mit einer Kombination der Verfestigungs- und Mikrovorspannungstheorien. Die Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit von  $\dot{\epsilon}_{cr}$  ist hier auf den Normaltemperaturbereich beschränkt. Eine Anpassung an Hochtemperaturbeanspruchungen wird nicht durchgeführt, da in den hier betrachteten Beispielen aufgrund der kurzen Dauer der Brandereignisse die entstehenden visko-elastischen und viskosen Verzerrungen vernachlässigbar sind.

## 5.2.2 Festigkeitsentwicklung während der Hydratation

Die mechanischen Eigenschaften von Beton unterliegen während der Lebensdauer einer stetigen Veränderung. Die stärksten Änderungen treten dabei innerhalb der ersten Wochen auf und sind auf die Festigkeitsentwicklung des Zementsteins zurückzuführen. Der Einfluss der Hydratation auf die Parameter E-Modul sowie Zug- und Druckfestigkeit kann nach DE SCHUTTER [34] mit

$$\frac{P_i(m)}{P_{\infty,i}} = \left\langle \frac{m - m_0}{m_{\infty} - m_0} \right\rangle^{b_i} \quad (5.3)$$

in Abhängigkeit vom Hydratationsgrad  $m$  und vom maximal erreichbaren Hydratationsgrad  $m_{\infty}$  berücksichtigt werden. Dabei stellt  $P_{\infty,i}$  den Endwert der betrachteten Größe und  $b_i$  den nach Tabelle 5.1 gewählten Exponenten der betrachteten Größe dar. Des Weiteren beschreibt das Festkörperkriterium  $m_0$  den Übergang von einem fluid-ähnlichen Material hin zu einem Material mit Festkörpereigenschaften und wird zu  $m_0 = 0,2$  gewählt. Für  $m < m_0$  ist in Gleichung (5.3) die MCAULEY-Klammer null.

Die Erhärtung des Zementsteins führt zur Änderung der Querdehnzahl  $\nu$ , die beginnend mit  $\nu = 0,5$  zur Beschreibung des volumenkonstanten Verformungsverhaltens von Fluiden mit steigender Festigkeit sinkt. Nach DE SCHUTTER [34] folgt  $\nu$  zu

$$\nu = 0,18 \sin\left(0,5\pi \frac{m}{m_{\infty}}\right) + 0,5 \exp\left(-10 \frac{m}{m_{\infty}}\right). \quad (5.4)$$

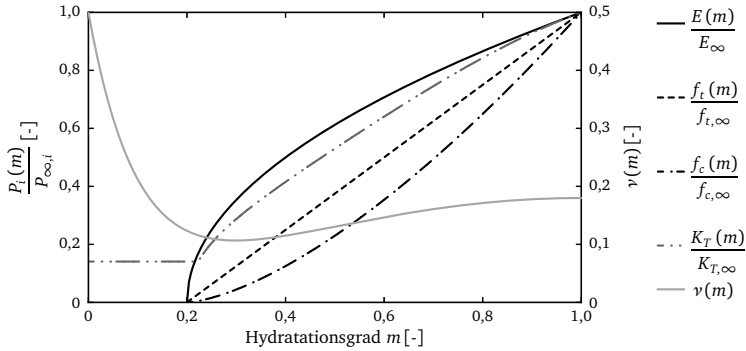


Abbildung 5.6: Entwicklung der Modellparameter während der Hydratation

Die Änderungen des Elastizitätsmoduls und der Querdehnzahl haben Auswirkungen auf den Kompressionsmodul  $K_T$  des Zementsteins, der mit

$$K_T = \frac{E}{3 - 6\nu} \quad (5.5)$$

definiert ist. Als untere Grenze für  $K_T$  wird der Kompressionsmodul von Wasser mit  $2200 \text{ MN/m}^2$  verwendet, vgl. SCIUMÉ [92]. Abbildung 5.6 zeigt die Entwicklung der Modellparameter nach Gleichung (5.3) bis (5.5) in Abhängigkeit des Hydrationsgrades. Hierbei sind  $E_\infty = 30\,000 \text{ MN/m}^2$  sowie  $b_i$  nach Tabelle 5.1 gewählt.

$P_i$	$E$	$f_t$	$f_c$
$b_i$	0,5	1,0	1,5

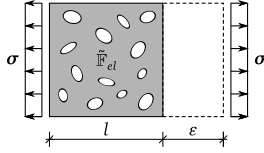
Tabelle 5.1: Exponent  $b_i$  der vom Hydrationsgrad abhängigen Modellparameter

### 5.2.3 Schädigungsmodellierung

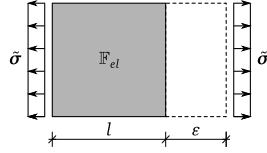
Im Beton sind bereits im unbelasteten Zustand Mikrorisse vorhanden, die mit steigender Beanspruchung wachsen und sich zu Makrorissen vereinigen können. Risse führen zu einer Reduzierung des tragenden Querschnitts. Die Schädigung  $D$  kann daher als Verhältnis

$$D = \frac{A_D}{A_{ges}} \quad (5.6)$$

der geschädigten Querschnittsfläche  $A_D$  und der Gesamtfläche des Querschnitts  $A_{ges}$  definiert werden. Infolge der Schädigung ist bei konstanter äußerer Belastung ein



5.7.1: Geschädigtes Material



5.7.2: Ungeschädigtes Material

Abbildung 5.7: Prinzip der Dehnungsäquivalenz

Lastabtrag nur über die reduzierte Querschnittfläche  $A_M$  möglich. Im tragenden Querschnitt steigen damit die Spannungen. Dieser Zusammenhang bildet im Rahmen der Schädigungstheorie die Grundlage des Konzepts der effektiven Spannung, die definiert ist zu

$$\tilde{\sigma} = \frac{A_{ges}}{A_M} \sigma = \frac{A_{ges}}{A_{ges} - A_D} \sigma = \frac{1}{(1 - D)} \sigma. \quad (5.7)$$

Gleichung (5.7) beschreibt somit den Zusammenhang zwischen effektiven und nominalen Spannungen unter Vernachlässigung des Einflusses aus Spannungskonzentrationen. Zur Abbildung mehraxialer Beanspruchungszustände wird Gleichung (5.7) mit dem Schädigungseffektstensors  $\mathbb{M}$  entwickelt, der hier als Tensor 4. Stufe gewählt ist. Damit folgen die effektiven Spannungen zu

$$\tilde{\sigma} = \mathbb{M}^{-1} : \sigma. \quad (5.8)$$

Ausgehend vom Konzept der effektiven Spannungen findet einerseits die Entwicklung des Prinzips der Dehnungsäquivalenz, vgl. CHABOCHE [30, 31] und LEMAITRE [63] und andererseits die Entwicklung des Prinzips der Energieäquivalenz statt, vgl. SIDOROFF & CORDEBOIS [32]. Ersteres besagt, dass die Verzerrungen im ungeschädigten Material infolge effektiver Spannungen gleich den Verzerrungen im geschädigten Material infolge nominaler Spannungen sind, vgl. Abbildung 5.7. Damit folgen die elastischen Verzerrungen zu

$$\varepsilon_{el} = \mathbb{F}_{el} : \tilde{\sigma} = \tilde{\mathbb{F}}_{el} : \sigma \quad (5.9)$$

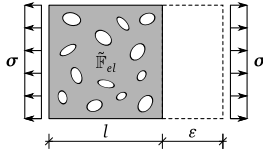
mit dem effektiven Nachgiebigkeitstensor

$$\tilde{\mathbb{F}}_{el} = \mathbb{F}_{el} : \mathbb{M}^{-1}. \quad (5.10)$$

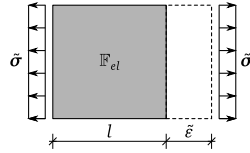
Der Nachteil des Prinzips der Dehnungsäquivalenz besteht darin, dass  $\tilde{\mathbb{F}}_{el}$  im Falle einer anisotropen Schädigung unsymmetrisch ist. Die Integritätsbedingung

$$\tilde{F}_{el,ijkl} \neq \tilde{F}_{el,klij} \quad (5.11)$$

ist somit nicht erfüllt.



5.8.1: Geschädigtes Material



5.8.2: Ungeschädigtes Material

Abbildung 5.8: Prinzip der Energieäquivalenz

Im zweiten Prinzip, dem Prinzip der Energieäquivalenz, erfüllt dagegen der effektive Nachgiebigkeitstensor die Integrabilitätsbedingung. Ausgehend vom elastischen Potential erfolgt mit

$$\tilde{\sigma} = \mathbb{M}^{-1} : \sigma \quad \text{und} \quad \tilde{\epsilon} = \mathbb{M} : \epsilon \quad (5.12)$$

eine Modifikation des Zusammenhangs zwischen den effektiven und nominalen Größen sowohl für Spannungen als auch für Verzerrungen. Nach Abbildung 5.8 sind die nominalen und effektiven elastischen Verzerrungen somit zu

$$\epsilon_{el} = \tilde{\mathbb{F}}_{el} : \sigma \quad \text{bzw.} \quad \tilde{\epsilon}_{el} = \mathbb{F}_{el} : \tilde{\sigma} \quad (5.13)$$

definiert. Damit gilt für den effektiven Nachgiebigkeitstensor

$$\tilde{\mathbb{F}}_{el} = \mathbb{M}^{-T} : \mathbb{F}_{el} : \mathbb{M}^{-1}. \quad (5.14)$$

Das im Rahmen dieser Arbeit mit  $\mathbb{M} = (1 - D) \mathbb{I}$  gewählte isotrope Schädigungsmodell wird nach dem Prinzip der Energieäquivalenz entwickelt. Eine spätere Erweiterung auf ein anisotropes Schädigungsmodell ist somit möglich.

## 5.2.4 Thermodynamik irreversibler Prozesse

Die Thermodynamik irreversibler Prozesse, die ausführlich von z. B. LEMAITRE [63] vorgestellt wird, bildet die Grundlage des hier entwickelten Modells. Mit der Annahme kleiner Verzerrungen und mit Berücksichtigung einer isotropen Verfestigung sowie einer isotropen Schädigung sind nachfolgend alle notwendigen Konstitutiv- und Evolutionsgleichungen des gekoppelten Plastizitäts- und Schädigungsmodells zusammenfassend dargestellt. Die hierbei gewählten Beschreibungsvariablen nach LEMAITRE [63] sind in Tabelle 5.2 gegeben.

Aus Gleichung (5.2) folgt unter Vernachlässigung der visko-elastischen und viskosen Verzerrungen die Gesamtverzerrung aus einem elastischen, einem plastischen sowie einem nicht mechanischen Anteil zu

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_{el} + \dot{\epsilon}_{pl} + \dot{\epsilon}_a. \quad (5.15)$$



Mechanismus	Typ	Zustandsvariable		konjugierte Größe
		äußere	innere	
Thermoelastizität	Tensor	$\boldsymbol{\varepsilon}$		$\boldsymbol{\sigma}$
Entropie	Skalar	$T$		$s$
Elastizität	Tensor		$\boldsymbol{\varepsilon}_{el}$	$\boldsymbol{\sigma}$
Plastizität	Tensor		$\boldsymbol{\varepsilon}_{pl}$	$-\boldsymbol{\sigma}$
Isotrope Verfestigung	Skalar		$r$	$R$
Isotrope Schädigung	Skalar		$D$	$Y$

Tabelle 5.2: Thermodynamische Zustandsvariablen und konjugierte Größen

Ausgehend vom zweiten Hauptsatz der Thermodynamik kann die Herleitung der Materialgleichungen mithilfe der spezifischen freien Energie  $\Psi$  erfolgen. Diese ist in Abhängigkeit der Zustandsvariablen  $\boldsymbol{\varepsilon}$  und  $T$  sowie von  $\boldsymbol{\zeta}$ , das einen Satz an internen Variablen vorhält, zu

$$\Psi(\boldsymbol{\varepsilon}, T, \boldsymbol{\zeta}) = \Psi_{el}(\boldsymbol{\varepsilon}, T, \boldsymbol{\zeta}) + \Psi_{pl}(T, \boldsymbol{\zeta}) \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{\zeta} = [\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n] \quad (5.16)$$

definiert. Hierbei enthält die spezifische freie Energie  $\Psi$  einen elastischen und einen irreversiblen plastischen Anteil.

Mithilfe des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik in Form der CLAUSIUS-DUHEM-Ungleichung können die Zustandsgleichungen für die thermodynamisch konjugierten Größen zu

$$\boldsymbol{\sigma} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}, \quad s = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial T} \quad \text{und} \quad \eta_i = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta_i} \quad (5.17)$$

bestimmt werden. Die zu den inneren Variablen thermodynamisch konjugierten Größen sind dabei in  $\boldsymbol{\eta} = [\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n]$  zusammengefasst. Gleichung (5.17) zeigt, dass  $\boldsymbol{\sigma}$  sowohl mit den totalen als auch mit den elastischen oder plastischen Verzerungsanteilen beschreibbar ist. Somit gilt

$$\boldsymbol{\sigma} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{el}} = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{pl}}. \quad (5.18)$$

Bei einer Formulierung im Kontext des Prinzips der Energieäquivalenz folgt das elastische Potential mit dem effektiven Elastizitätsmodul  $\tilde{\mathbb{C}}_{el} = \tilde{\mathbb{F}}_{el}^{-1}$  zu

$$\rho \Psi_{el}(\boldsymbol{\varepsilon}_{el}, D) = \frac{1}{2} (1 - D)^2 \boldsymbol{\varepsilon}_{el} : \mathbb{C}_{el} : \boldsymbol{\varepsilon}_{el} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_{el} : \tilde{\mathbb{C}}_{el} : \boldsymbol{\varepsilon}_{el}. \quad (5.19)$$

Nach Einsetzen von Gleichung (5.19) in (5.16) und partieller Ableitung erhält man analog zu (5.17) die thermodynamisch konjugierten Größen zu

$$\begin{aligned}\sigma &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon^{el}} = \tilde{\mathbb{C}}_{el} : \epsilon_{el} , \\ Y &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial D} = -(1-D) \epsilon_{el} : \mathbb{C}_{el} : \epsilon_{el} \quad \text{und} \\ R &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial r} .\end{aligned}\tag{5.20}$$

In Gleichung (5.20) sind  $Y$  die Energiefreisetzungsrates und  $R$  die zur isotropen Verfestigung konjugierte Kraftgröße. Des Weiteren wird die Existenz eines Dissipationspotentials postuliert, aus dem die Evolutionsgleichungen für die internen Zustandsgrößen gewonnen werden können. Aus dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik folgt, dass die Dissipation in irreversiblen Prozessen stets positiv sei. Somit gilt für die vorliegende Betrachtung die Dissipationsungleichung

$$\phi = \phi(\sigma, s, \eta) \geq 0 .\tag{5.21}$$

Die gekoppelte Plastizitäts- und Schädigungstheorie erfordert die Formulierung einer Versagenshypothese, die eine Unterscheidung von Spannungszuständen erlaubt, welche elastische bzw. plastische Verzerrungen hervorrufen. Die Versagenshypothese ist eine skalarwertige konvexe Funktion, die im Gegensatz zur klassischen Plastizitätstheorie in effektiven Spannungen mit

$$F(\tilde{\sigma}, R) = F(\sigma, R, Y) \leq 0\tag{5.22}$$

definiert ist. Die Evolutionsgleichungen der internen Zustandsgrößen können, sofern das Dissipationspotential und die Versagenshypothese den gleichen Funktionsverlauf besitzen, sowohl aus Gleichung (5.21) als auch aus (5.22) mit

$$\dot{\zeta}_i = \frac{\partial \phi}{\partial \eta_i} \dot{\lambda} = \frac{\partial F}{\partial \eta_i} \dot{\lambda}\tag{5.23}$$

ermittelt werden. Der Evolutionsparameter  $\dot{\lambda}$  in Gleichung (5.23) entspricht im Rahmen der Optimierungstheorie dem LAGRANGESchen Multiplikator, der mithilfe der Konsistenzbedingung  $\dot{F} = 0$  und den KUHN-TUCKER-Bedingungen

$$\dot{\lambda} \geq 0, \quad F \leq 0 \quad \text{und} \quad \dot{\lambda} F = 0\tag{5.24}$$

definiert ist. Die Bestimmung der maximalen Dissipation kann mit dem Funktional

$$L = -\sigma : \dot{\epsilon}_{pl} + Y \dot{D} + R \dot{r} + \dot{\lambda} F\tag{5.25}$$

erfolgen, das als Nebenbedingung die Versagenshypothese  $F$  skaliert mit  $\dot{\lambda}$  berücksichtigt. Aus den Extremwerten des Funktional folgen die gesuchten Bestimmungsgleichungen der internen Zustandsgrößen zu

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\sigma}} &= 0 = -\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl} + \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \\
\frac{\partial L}{\partial Y} &= 0 = \dot{D} + \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial Y} \quad \text{und} \\
\frac{\partial L}{\partial R} &= 0 = \dot{r} + \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial R}.
\end{aligned} \tag{5.26}$$

In der klassischen Plastizitätstheorie ist die Bruchhypothese im Allgemeinen nicht von der Energiefreisetzungsrate  $Y$  abhängig. Daher ist die Ableitung  $\frac{\partial F}{\partial Y}$  und nach Gleichung (5.26) somit auch  $\dot{D}$  gleich null. BECKMANN [20] zeigt, dass mit geeigneter Modifikation eine Formulierung der Versagenshypothese  $F$  in Abhängigkeit von  $Y$  möglich ist, ohne jedoch  $F$  zu beeinflussen.

### 5.2.5 Erweiterte Kontinuumstheorie

Die am Materialpunkt infolge von Mikrorisswachstum auftretende Schädigung führt zu einer Reduzierung der Steifigkeit. Der Steifigkeitsabfall tritt dabei bei kohäsiven Reibungsmaterialien wie Beton immer im Zusammenhang mit einer Lokalisierung von Verformungen auf. Die Größe der resultierenden Lokalisierungszone ist somit abhängig von der Mikrostruktur des Materials.

Die klassische Kontinuumschädigungsmechanik, die die Grundlage für das vorgestellte Modell darstellt, ermöglicht nur eine näherungsweise Beschreibung der Endfestigung des Materials und der einhergehenden Lokalisierung. Der Grund hierfür liegt in der unzureichenden Beschreibung der mikrostrukturellen Vorgänge, die zur Lokalisierung führen und die Ausbildung der Lokalisierungszone bestimmen. Die Lokalisierung tritt bei Verwendung der Finite-Elemente-Methode nur innerhalb eines Elementes auf. Die gesamte Lösung ist somit abhängig von der Wahl der Diskretisierung. Aus mathematischer Sicht liegt die Diskretisierungsabhängigkeit im Verlust der Elliptizität begründet, der den Wechsel des Typs der Gleichgewichtsbedingung zu Grunde liegenden Differentialgleichung beschreibt. Bereits der Verlust der Elliptizität in einem Materialpunkt lässt daher die gesamte Lösung unbrauchbar werden.

Abhilfe kann eine Erweiterung der klassischen Kontinuumsbeschreibung und die Einführung einer charakteristischen Länge  $l_c$  schaffen, die den fehlenden Zusammenhang zwischen Mikrostruktur und Lokalisierungsverhalten herstellt. Einen Überblick über erweiterte Kontinuumsmodelle gibt z. B. ZÜMENDORF [101]. Im Rahmen dieser Arbeit findet die implizite Gradientenformulierung Verwendung, die im Folgenden zusammenfassend dargestellt ist. Eine ausführliche Herleitung geben z. B. ENGELN ET AL. [41].

Kern der impliziten Gradientenmodelle ist das Ersetzen einer lokalen Größe  $k(\mathbf{x})$  durch die zugehörige nichtlokale, gemittelte Größe  $\bar{k}(\mathbf{x})$ . Ausgehend von

$$\bar{k}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\Phi(\mathbf{x})} \int_{\Omega} \phi(\xi; \mathbf{x}, l) k(\xi) d\Omega \quad \text{mit} \quad \Phi(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} \phi(\xi; \mathbf{x}, l) d\Omega \quad (5.27)$$

folgt der gewichtete Mittelwert  $\bar{k}$  in einem Materialpunkt  $\mathbf{x}$  als Integral der lokalen Variable  $k(\xi)$  aller Materialpunkte im Gebiet  $\Omega$  skaliert mit der Normierungsfunktion  $\Phi$ . Als Wichtungsfunktion  $\phi(\xi; \mathbf{x}, l)$  können z. B. die GREENSche Funktion oder die GAUSS-Verteilung verwendet werden.

Die Größe des Gebiets ist mit der Länge  $l$  festgelegt und abhängig von der Beschaffenheit der Mikrostruktur. Für  $l \rightarrow 0$  oder eine homogene Verteilung von  $k$  entspricht die lokale Größe der Globalen. Ein Nachteil der integralen Modelle besteht in dem erheblichen Aufwand der Implementierung in ein FE-Programm. Besser geeignet sind dagegen Gradientenmodelle. Ausgehend von Gleichung (5.27) kann die lokale Variable  $k(\xi)$  mit einer Taylor-Reihenentwicklung beschrieben werden. Die anschließende Integration, bei der ungerade Ableitungen aufgrund der Symmetrieeigenschaften der Wichtungsfunktion entfallen, führt auf

$$\bar{k}(\mathbf{x}) = k(\mathbf{x}) + c(l) \nabla^2 k(\mathbf{x}) + d(l) \nabla^4 k(\mathbf{x}) + \dots \quad (5.28)$$

Die Vernachlässigung der Terme 4. und höherer Ordnung führt auf die explizite Gradientenformulierung

$$\bar{k}(\mathbf{x}) = k(\mathbf{x}) + c(l) \nabla^2 k(\mathbf{x}) , \quad (5.29)$$

mit der die nichtlokale Variable direkt aus der lokalen Größe folgt. Analog zu den Integralmodellen geht auch bei einer expliziten Gradientenformulierung für  $l \rightarrow 0$  oder einer homogenen Verteilung von  $k$  die nichtlokale Formulierung in die lokale über. Des Weiteren steuert die Länge  $l$  die räumliche Interaktion, die jedoch bei expliziten Gradientenmodellen auf die infinitesimale Umgebung beschränkt ist. PEERLINGS ET AL. [81] bezeichnen die expliziten Gradientenmodelle daher auch als schwach nichtlokale Formulierung und zeigen, dass eine Verstärkung des nichtlokalen Charakters nur über die Mitnahme einer ausreichenden Anzahl an Reihengliedern in Gleichung (5.28) möglich ist. Damit wird jedoch der Berechnungsaufwand signifikant erhöht.

Eine Alternative bieten die impliziten Gradientenmodelle, deren Herleitung mit Anwendung des LAPLACE-Operators

$$\nabla^2 \bar{k}(\mathbf{x}) = \nabla^2 k(\mathbf{x}) + c(l) \nabla^4 k(\mathbf{x}) + \dots \quad (5.30)$$

gelingt. Nach Multiplikation von Gleichung (5.30) mit  $c(l)$  und Subtraktion von Gleichung (5.28), folgt

$$\bar{k}(\mathbf{x}) - c(l) \nabla^2 \bar{k}(\mathbf{x}) = k(\mathbf{x}) + (d(l) - (c(l))^2) \nabla^4 k(\mathbf{x}) + \dots \quad (5.31)$$

Die Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung auf der rechten Seite führt auf die im Rahmen dieser Arbeit verwendete implizite Gradientenformulierung

$$\bar{k}(\mathbf{x}) - c(l) \nabla^2 \bar{k}(\mathbf{x}) = k(\mathbf{x}) \quad (5.32)$$

mit  $c(l_c) = l_c^2$ . Die charakteristische Länge  $l_c$ , auch interne Länge genannt, ergänzt den Satz an vorzugebenden Modellparametern.

Die Gleichung (5.32) ist eine partielle Differentialgleichung vom HELMHOLTZ-Typ, in der im Gegensatz zur expliziten Formulierung Terme höherer Ordnung implizit über den LAPLACE-Operator enthalten sind. Jedoch ergänzt die zusätzliche Differentialgleichung den Satz an zu lösenden Bilanzgleichungen aus Kapitel 3 und führt somit zu einer Erhöhung des Lösungsaufwands.

## 5.3 Gekoppeltes Plastizitäts- und Schädigungsmodell

Die Beschreibung des Deformationsverhaltens infolge einer kurzzeitig wirkenden Beanspruchung erfolgt im Rahmen dieser Arbeit mit einem gekoppelten Plastizitäts- und Schädigungsmodell. Aufbauend auf der in Abschnitt 5.2.4 vorgestellten Herleitung werden im Folgenden die spezifischen Modellgleichungen des Plastizitätsmodells, die nichtlokale Erweiterung sowie die Modellgleichungen der mechanischen und chemischen Schädigung vorgestellt.

### 5.3.1 Modellgleichungen

Zur Begrenzung der elastischen Spannungszustände wird ein Mehrflächenmodell verwendet, das sich additiv aus dem RANKINE-Kriterium im Zugbereich sowie dem DRUCKER-PRAGER-Kriterium im Druckbereich zusammensetzt und in Abbildung 5.9 dargestellt ist. Das gewählte isotrope Schädigungsmodell führt zu einer gleichmäßigen Skalierung der Versagensfläche in Abhängigkeit der Schädigung  $D$ . Einen Nachteil der Mehrflächenmodelle stellen die im Allgemeinen nicht stetig differenzierbaren Übergänge zwischen den Flächen dar. Dagegen ermöglicht das gewählte Modell eine gute Beschreibung der unterschiedlichen Versagensformen von Beton. Infolge kleiner hydrostatischer Druck- bzw. Zugspannungen ist ein sprödes Versagensverhalten zu beobachten, das mit einem dreiecksförmigen Verlauf der Deviatorebene einhergeht, vgl. Abbildung 5.10.1. Mit steigenden hydrostatischen Druckspannungen nähert sich die Versagensfläche der eines duktilen Werkstoffs an und die Form der Deviatorebene nähert sich der Kreisform. Ein weiterer Vorteil des Mehrflächenmodells besteht in der Verwendung von unterschiedlichen Verfestigungs- und Entfestigungsmodellen für den Zug- und den Druckbereich sowie deren separaten Validierung.

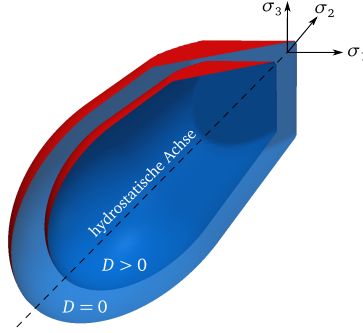


Abbildung 5.9: Versagensfläche in Abhängigkeit der Schädigung

Die RANKINE-Hypothese ist im Hauptspannungsraum  $\tilde{\sigma}_1 \geq \tilde{\sigma}_2 \geq \tilde{\sigma}_3$  mit der Zugfestigkeit  $f_t$ , der Verfestigung  $\eta_R$  sowie der Vergleichsspannung  $\tilde{\sigma}_{VR}$  definiert zu

$$F_R(\tilde{\sigma}, \eta_R) = \tilde{\sigma}_{VR} - (f_t + \eta_R) . \quad (5.33)$$

In der klassischen RANKINE-Hypothese weist die Versagensfläche an den Übergängen zwischen den einzelnen Hauptspannungsrichtungen Unstetigkeitsstellen auf, die bei einer numerischen Umsetzung besondere Beachtung finden müssen, vgl. MESCHKE ET AL. [67]. Im Rahmen dieser Arbeit wird das Vorgehen nach BECKMANN [20] gewählt, der eine Ausrundung zwischen den einzelnen Flächen vorschlägt. Nach Einführung des zusätzlichen Modellparameters  $f_R$ , der die Größe der Ausrundung charakterisiert, folgt die Vergleichsspannung in Abhängigkeit der Hauptspannungen zu

$$\tilde{\sigma}_{VR}(\tilde{\sigma}) = \begin{cases} \tilde{\sigma}_1 & \text{für } \tilde{\sigma}_2 \leq f_R \\ f_R + \sqrt{(\tilde{\sigma}_1 - f_R)^2 + (\tilde{\sigma}_2 - f_R)^2} & \text{für } \tilde{\sigma}_2 > f_R \leq \tilde{\sigma}_3 \\ f_R + \sqrt{(\xi - \xi_R)^2 + \rho^2} & \text{für } \tilde{\sigma}_3 > f_R \end{cases} . \quad (5.34)$$

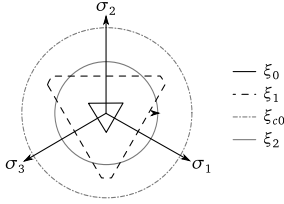
Die Ausrundung der Unstetigkeitsstelle in der Spitze der RANKINE-Fläche erfolgt hierbei unter Verwendung der HAIGH-WESTERGAARD-Koordinaten

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 \quad \text{und} \quad \rho = \sqrt{2 J_2} , \quad (5.35)$$

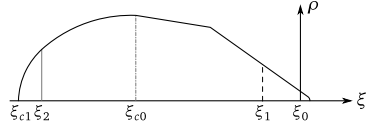
die mit den Invarianten  $I_1$  und  $J_2$  des effektiven Spannungstensors definiert sind. Die zusätzliche Variable  $\xi_R$  kann zu  $\xi_R = \sqrt{3} f_R$  bestimmt werden.

Die Begrenzung der Spannungszustände im Druckbereich erfolgt mit einer modifizierten DRUCKER-PRAGER-Hypothese

$$F_{DP}(\tilde{\sigma}, \eta_{DP}) = \alpha_{DP} I_1 + \sqrt{J_2 + \delta_{DP}(\xi - \xi_{c0})} - (k_{DP} + \eta_{DP}) \quad (5.36)$$



5.10.1: Deviator- und Meridianebene



5.10.2: Meridianebene

Abbildung 5.10: Verlauf der Versagensfläche in Deviator- und Meridianebene

mit Berücksichtigung der isotropen Verfestigung  $\eta_{DP}$ . Alle weiteren Modellparameter werden nach MESCHKE [67] mit

$$\alpha_{DP} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{f_{cb}/f_c - 1}{2 f_{cb}/f_c - 1} \right), \quad \beta_{DP} = \sqrt{3} \left( \frac{2 f_{cb}/f_c - 1}{f_{cb}/f_c} \right) \quad \text{und} \quad k_{DP} = \frac{f_c}{\beta_{DP}} \quad (5.37)$$

bestimmt. Versuche von KUPFER [62] zeigen, dass das Verhältnis der biaxialen zur einaxialen Druckfestigkeit gut mit  $f_{cb}/f_c = 1,16$  abgebildet werden kann. Die ursprüngliche DRUCKER-PRAGER-Hypothese ist im Druckbereich entlang der hydrostatischen Achse unbegrenzt. Mithilfe der in Gleichung (5.36) verwendeten Modifikation  $\delta_{DP}(\xi - \xi_{c0})$  können mehrdimensionale Druckspannungszustände dagegen begrenzt werden. Hierbei steuert der Parameter  $\delta_{DP}$  die Ausrundung zwischen den Koordinaten  $\xi_{c0}$  und  $\xi_{c1}$ , die in Abbildung 5.10.2 in der Meridianebene dargestellt und im vorliegenden Modell zu

$$\xi_{c0} = -\frac{\sqrt{3}}{2} s_{ct} f_c \quad \text{und} \quad \xi_{c1} = -\sqrt{3} s_{ct} f_c \quad (5.38)$$

definiert sind. Der Faktor  $s_{ct}$  beschreibt dabei das Verhältnis der einaxialen zur triaxialen Druckfestigkeit und ist, wie z. B. von KANG [56] vorgeschlagen, zu  $s_{ct} = 7$  gewählt. Die Vorgabe einer geschlossenen Versagensfläche in  $\xi_{c1}$  führt auf den noch unbekannten Ausrundungsparameter

$$\delta_{DP} = \left( \frac{k_{DP} - \sqrt{3} \alpha_{DP} \xi_{c1}}{(\xi_{c1} - \xi_{c0})} \right)^2. \quad (5.39)$$

Des Weiteren ist eine Formulierung von  $\delta_{DP}$  in Abhängigkeit der Verfestigung  $\eta_{DP}$  möglich. Die Verfestigung folgt im vorliegenden Modell mit den entsprechenden Verfestigungsmoduln  $H_R$  und  $H_{DP}$  für beide Versagensflächen getrennt zu

$$\eta_R = H_R \lambda_R \quad \text{und} \quad \eta_{DP} = H_{DP} \lambda_{DP}. \quad (5.40)$$

Im Rahmen dieser Arbeit sind die plastischen Verzerrungen im Kontext des effektiven Spannungskonzepts als effektive Größen definiert und wirken somit auf das

ungeschädigte Material. Damit folgt die Rate der effektiven plastischen Verzerrungen mit Anwendung der KOITERSchen Fließregel als Summe der effektiven plastischen Verzerrungsraten aller aktiven Versagensflächen zu

$$\dot{\bar{\epsilon}}_{pl} = \sum_{i=R, DP} \dot{\lambda}_i \frac{\partial Q_i}{\partial \bar{\sigma}}. \quad (5.41)$$

Analog zu Gleichung (5.23) stellt  $\lambda_i$  den Evolutionsparameter der Versagenshypothese  $i$  dar. Die Richtung der plastischen Verzerrungen ist mit  $\frac{\partial Q_i}{\partial \bar{\sigma}}$  normal zum plastischen Potential  $Q_i$  gewählt. Bei Verwendung einer assoziierten Fließregel mit  $\frac{\partial Q_i}{\partial \bar{\sigma}} = \frac{\partial F_i}{\partial \bar{\sigma}}$  entstehen im beschriebenen Modell vor allem bei mehrdimensionalen Druckspannungszuständen unrealistisch große Volumenänderungen, die experimentell gewonnene Ergebnisse deutlich übersteigen. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit für den Druckbereich eine nicht-assoziierte Fließregel verwendet. Das zugehörige plastische Potential folgt mit den zusätzlich zu bestimmenden Parametern  $\alpha_{DP}^Q$  und  $\delta_{DP}^Q$  zu

$$Q_{DP}(\bar{\sigma}, \eta_{DP}) = \alpha_{DP}^Q I_1 + \sqrt{J_2 + \delta_{DP}^Q (\xi - \xi_{c0})^2}. \quad (5.42)$$

### 5.3.2 Nichtlokale Erweiterung

Die mechanische Schädigung ist im Rahmen dieser Arbeit in Abhängigkeit der nicht-lokalen Variablen  $\bar{\lambda}_R$  und  $\bar{\lambda}_{DP}$  formuliert, die aus der Verteilung der internen Variablen  $\lambda_R$  bzw.  $\lambda_{DP}$  folgen. Alternativ hierzu können als nichtlokale Größe die isotrope Schädigung  $\bar{D}$ , die Energiefreisetzungsrates  $\bar{Y}$  oder die Differenzspannung  $\bar{s}$  gewählt werden. Einen Überblick über mögliche nichtlokale Variablen geben z. B. BAZANT ET AL. [16]. Die nichtlokale Erweiterung folgt getrennt für Zug und Druck zu

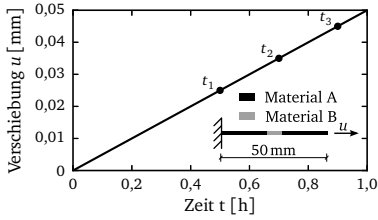
$$\bar{\lambda}_R - l_c^2 \nabla^2 \bar{\lambda}_R = \lambda_R \quad \text{und} \quad (5.43)$$

$$\bar{\lambda}_{DP} - l_c^2 \nabla^2 \bar{\lambda}_{DP} = \lambda_{DP}. \quad (5.44)$$

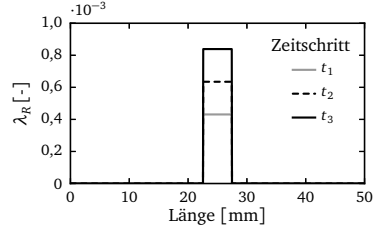
Der zusätzliche Modellparameter  $l_c$  ist für Zug und Druck gleich gewählt.

In Abbildung 5.11 sind die Berechnungsergebnisse eines einaxialen Zugversuchs dargestellt. Die einseitig eingespannte Probe besteht aus zwei unterschiedlichen Materialien, wobei das Material B in Probenmitte eine geringere Festigkeit aufweist, vgl. Abbildung 5.11.1. Als Belastung wird am freien Rand eine kontinuierlich steigende Verschiebung aufgebracht. Aufgrund der geringeren Festigkeit des Materials B beginnt in Probenmitte die Entwicklung der lokalen plastischen Verzerrung. In Abbildung 5.11.2 ist der Verlauf des lokalen Evolutionsparameters  $\lambda_R$ , der bei der vorliegenden einaxialen Beanspruchung der plastischen Verzerrung entspricht, für drei Zeitpunkte dargestellt. Dabei bleibt in diesem Beispiel der Einfluss der nichtlokalen Variable  $\bar{\lambda}_R$  auf das lokale Materialverhalten unberücksichtigt.

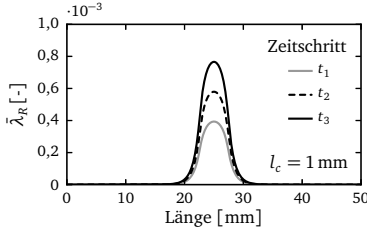




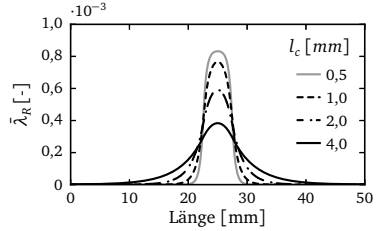
5.11.1: System und Randverschiebung



5.11.2: Lokale plastische Verzerrung



5.11.3: Nichtlokale plastische Verzerrung



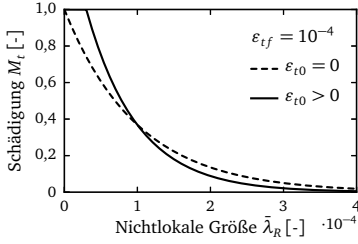
5.11.4: Variation von  $l_c$  für Zeitschritt  $t_3$

Abbildung 5.11: Lokalisierungsverhalten einer einaxialen Zugprobe

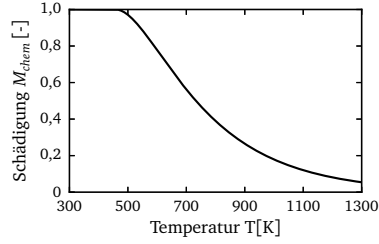
Mithilfe von Gleichung (5.43) folgt die nichtlokale Variable  $\bar{\lambda}_R$  aus der Verteilung der lokalen Variable  $\lambda_R$  und ist für  $l_c = 1$  mm in Abbildung 5.11.3 dargestellt. Hierbei dient  $l_c$  zur Charakterisierung der Lokalisierungszone. Je größer  $l_c$ , desto kleiner  $\bar{\lambda}_R$ , vgl. Abbildung 5.11.4. Die Ergebnisse zeigen, dass die nichtlokale Variable  $\bar{\lambda}_R$  auch im Material A, in dem keine lokalen plastischen Verzerrungen vorhanden sind, größer null ist. Bei einer Beschreibung der Schädigung als Funktion von  $\bar{\lambda}_R$  und  $\bar{\lambda}_{DP}$ , wie nachfolgend vorgestellt, führt das gewählte Vorgehen zu einer Schädigungsentwicklung sowohl im Material B in Probenmitte als auch in den angrenzenden Bereichen des Materials A.

### 5.3.3 Mechanische und chemische Schädigung

Im vorliegenden Modell ist sowohl eine mechanische als auch eine chemische Schädigung berücksichtigt. Die mechanische Schädigungsentwicklung beginnt mit Überschreitung der Zug- oder Druckfestigkeit des Material und beschreibt das Wachstum der Mikrorisse. Eine Schädigung infolge Kriechen, wie z. B. BRIFFAUT ET AL. [25] oder BOCKHOLD [24] vorschlagen, wird im vorliegenden Modell nicht erfasst. Die chemische Schädigung beschreibt dagegen die Reduktion der Steifigkeit aufgrund der chemischen Zersetzung des Zementsteins. Eine Kombination der mechanischen



5.12.1: Mechanische Schädigung im Zugbereich



5.12.2: Thermo-chemische Schädigung

Abbildung 5.12: Verlauf der Schädigungsvariable  $M$

und chemischen Schädigung ist nach GAWIN ET AL. [45] mit

$$M = M_{mech} M_{chem} \quad (5.45)$$

möglich. Beide Anteile sind nachfolgend erläutert.

### Mechanische Schädigung

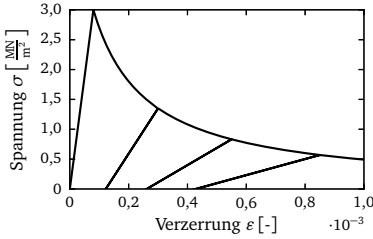
Das Mehrflächenmodell erlaubt eine Beschreibung der mechanischen Schädigungsentwicklung getrennt für den Zug- und Druckbereich. Somit gelingt eine gute Anpassung des Modells an das reale Materialverhalten von Beton. Auf Grundlage des von PEERLINGS ET AL. [80] vorgeschlagenen Exponentialansatzes erfolgt die Beschreibung der Schädigungsentwicklung für beide Versagensflächen in Abhängigkeit der jeweiligen nichtlokalen Größe  $\tilde{\lambda}_R$  bzw.  $\tilde{\lambda}_{DP}$  mit

$$M_t = \exp\left(-\frac{\tilde{\lambda}_R - \varepsilon_{t0}}{\varepsilon_{tf} - \varepsilon_{t0}}\right) \quad \text{und} \quad M_c = \exp\left(-\frac{\tilde{\lambda}_{DP} - \varepsilon_{c0}}{\varepsilon_{cf} - \varepsilon_{c0}}\right). \quad (5.46)$$

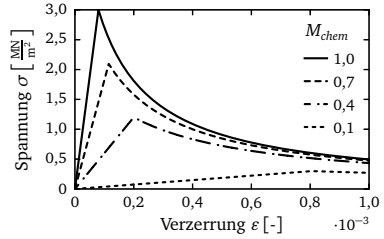
Die Modellparameter aus Gleichung (5.46) charakterisieren den Bereich der Schädigungsentwicklung. Exemplarisch ist die Entwicklung von  $M_t$  in Abbildung 5.12.1 für  $\varepsilon_{t0} = 0$  bzw.  $\varepsilon_{t0} > 0$  dargestellt. Eine Kombination von  $M_t$  und  $M_c$  zur gesamten mechanischen Schädigung erfolgt analog zu Gleichung (5.45) mit

$$M_{mech} = M_c M_t. \quad (5.47)$$

Abbildung 5.13.1 zeigt das lokale Materialverhalten einer Probe infolge einer zyklischen Zugbeanspruchung. Nach Erreichen der Zugfestigkeit findet eine sich wiederholende Ent- und Belastung statt. Die sich entwickelnde Schädigung führt zu einer Reduktion der Steifigkeit. Aufgrund des gekoppelten Plastizitäts- und Schädigungsmodells sind jedoch im spannungsfreien Querschnitt im Gegensatz zur klassischen Schädigungstheorie bleibende Verzerrungen vorhanden.



5.13.1: Be- und Entlastung



5.13.2: Variation der chemischen Schädigung

Abbildung 5.13: Spannungs-Verzerrungsdiagramm von Beton infolge wiederholter Be- und Entlastung bzw. chemischer Schädigung

### Chemische Schädigung

Zusätzlich zur mechanischen Schädigungsentwicklung können chemische Reaktionen zu einem Abbau des Zementsteins führen und somit den tragenden Querschnitt reduzieren. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Reduktion der Steifigkeit infolge der Dehydratation als chemische Schädigung berücksichtigt. Nach OSTERMANN [77] wird diese in Abhängigkeit vom Grad der Dehydratationsreaktion  $\Gamma_{dehyd}$  definiert zu

$$M_{chem} = (1 - \Gamma_{dehyd})^{0,5} . \quad (5.48)$$

Abbildung 5.12.2 zeigt die Entwicklung der chemischen Schädigung in Abhängigkeit der Temperatur. Der Einfluss der chemischen Schädigung auf das Spannungs-Verzerrungsverhalten von Beton ist für einen Zugversuch in Abbildung 5.13.2 dargestellt. Die chemische Schädigung sorgt bereits im elastischen Bereich für eine Reduktion der Steifigkeit, sodass die Zugfestigkeit des Materials erst bei einer größeren Verzerrung erreicht wird.

## 5.4 Schwinden

Die Phänomenologie des Schwindens ist bereits ausführlich in Abschnitt 5.1.2 erläutert. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die beobachtbaren Volumenänderungen auf eine Wechselwirkung zwischen den Porenfluiden und der Zementmatrix über die Porenwände zurückzuführen sind. Die hierfür ursächlichen Sättigungsänderungen der Porenfluide infolge von Transport- und Reaktionsprozessen sind über die entsprechenden Leitprozesse direkt im vorliegenden Modell berücksichtigt. Zur Beschreibung der Interaktion zwischen den Porenfluiden und der festen Phase ist zusätzlich ein Modell notwendig, das nachfolgend vorgestellt wird.

Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die Modellierung der Wechselwirkung nach GAWIN ET AL. [47] mit dem zusätzlichen Anteil

$$\dot{\epsilon}_{sh} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\alpha}{3K_T} p_s \right) \mathbf{I} \quad (5.49)$$

in der Verzerrungsbilanz, der die Schwindverzerrungen in Abhängigkeit vom Druck auf die feste Phase  $p_s$  nach Gleichung (5.51) beschreibt. Die weiteren Parameter in Gleichung (5.49) sind der BIOT-Koeffizient  $\alpha$  sowie der Kompressionsmodul des Zementsteins  $K_T$ . Für poröse isotrope Materialien ist  $\alpha$  mit  $K_T$  und dem Kompressionsmodul der Gesteinskörnung  $K_s$  zu

$$\alpha = 1 - \frac{K_T}{K_s} \quad (5.50)$$

definiert. Die Erhärtung des Zementsteins hat einen Anstieg von  $K_T$  zur Folge und wird bereits mit Gleichung (5.5) berücksichtigt. Somit sinkt  $\alpha$  mit steigendem Hydratationsgrad. Die Einführung des zusätzlichen Modellparameters  $\alpha_\infty$ , der den BIOT-Koeffizienten bei vollständiger Hydratation darstellt, erlaubt die Bestimmung von  $K_s$  aus Gleichung (5.50) und damit die Anpassung des Modells an Versuchsdaten.

Der Druck der festen Phase  $p_s$  ist im teilgesättigten Beton  $S_w < 1$  sowohl vom Druck des Porenwassers  $p_w$  als auch vom Porengasdruck  $p_g$  abhängig. Daher gilt

$$p_s = p_g - \chi (p_g - p_w) . \quad (5.51)$$

Hierbei steuert der Parameter  $\chi$  nach BISHOP [23] den Einfluss der Porenfluiddrücke auf die feste Phase und variiert in Abhängigkeit der Sättigung  $S_w$  zwischen 0 für trockene und 1 für gesättigte Materialien. Die Einführung des atmosphärischen Drucks  $p_{atm}$  als Referenzdruck in Gleichung (5.51) führt für  $S_w = 1$  zu einer spannungsfreien festen Phase. Somit ist ein frisch betonierter Betonkörper frei von Schwindverzerrungen. Für den BISHOP-Parameter  $\chi$  existieren zahlreiche Ansätze. Einen Überblick geben z. B. BENTE [21] und NUTH ET AL. [74]. Im Rahmen dieser Arbeit wird der BISHOP-Parameter nach LEWIS & SCHREFLER [64] zu  $\chi = S_w$  gewählt.

## 5.5 Kriechen

Die Modellierung des Phänomens Kriechen von alternden Werkstoffen kann auf unterschiedliche Arten erfolgen. Zum einen können z. B. gemäß BRIFFAUT ET AL. [26] Modelle zur Beschreibung von visko-elastischem bzw. visko-plastischem Materialverhalten verwendet werden, deren Modellparameter von der Alterung des Materials abhängen. Zum anderen ist eine Beschreibung mit der Verfestigungstheorie (*engl.*

*solidification theory*), die auf Arbeiten von BAŽANT ET AL. [18] zurückgeht, möglich. Hierbei wird die Alterung über die Volumenänderung des Zementsteins infolge chemischer Reaktionen berücksichtigt. Die Modellparameter sind dagegen konstant. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die Modellierung des Phänomens Kriechen mit einer Kombination der Verfestigungs- und Mikrovorspannungstheorien. Erstere beschreibt das visko-elastische, Letztere das viskose Materialverhalten. Die Rate der effektiven Kriechverzerrungen folgt damit als Summe des visko-elastischen Anteils  $\dot{\hat{\epsilon}}_{ve}$  und des viskosen Anteils  $\dot{\hat{\epsilon}}_{fl}$  zu

$$\dot{\hat{\epsilon}}_{cr} = \dot{\hat{\epsilon}}_{ve} + \dot{\hat{\epsilon}}_{fl} . \quad (5.52)$$

Die Verwendung der Mikrovorspannungstheorie erweist sich als notwendig, da das in Langzeitversuchen infolge mechanischer Beanspruchung zu beobachtende Deformationsverhalten von Beton mit der Verfestigungstheorie allein nur unzureichend abgebildet werden kann. Ursächlich hierfür ist, dass der Hydratationsprozess und damit die Alterung in der Regel nach einem Jahr weitgehend abgeschlossen sind. Dagegen erlaubt Gleichung (5.52) die Beschreibung der beobachtbaren Phänomene Langzeitkriechen, Trocknungskriechen sowie thermisches Kriechen. Eine zusammenfassende Darstellung der beiden Theorien wird nachfolgend gegeben.

### 5.5.1 Verfestigungstheorie

Im Rahmen der Verfestigungstheorie ist die Rate der effektiven visko-elastischen Verzerrung  $\dot{\hat{\epsilon}}_{ve}$  definiert zu

$$\dot{\hat{\epsilon}}_{ve} = \frac{G}{\Gamma_{hyd}} \dot{\hat{\epsilon}}_{ve} . \quad (5.53)$$

Hierbei wird die Alterung über den Grad der Hydratation  $\Gamma_{hyd}$  berücksichtigt, der die Volumenänderung der festen Phase beschreibt. Des Weiteren kann mit der in Abhängigkeit der effektiven Spannung formulierten Funktion  $G(\tilde{\sigma})$  die Steigerung der visko-elastischen Verzerrungsrate, die infolge von Mikrorisswachstum bei sehr hohen Spannungsniveaus zu beobachten ist, berücksichtigt werden. Bei Langzeitbeanspruchungen unterhalb der Dauerstandsfestigkeit erweist sich die Wahl von  $G = 1$  als ausreichend. In Gleichung (5.53) kann  $\dot{\hat{\epsilon}}_{ve}$  als Verzerrung der C-S-H-Phase interpretiert werden, die im Rahmen der Verfestigungstheorie alterungsunabhängig ist. Die Beschreibung von  $\dot{\hat{\epsilon}}_{ve}$  erfolgt hier mit einer Reihenschaltung von  $\mu$  KELVIN-Körpern, die im Folgenden als KELVIN-Modell bezeichnet wird. Die visko-elastische Verzerrung folgt somit als Summe der Verzerrungen der  $\mu$  KELVIN-Körper zu

$$\dot{\hat{\epsilon}}_{ve} = \sum_{\mu} \dot{\hat{\epsilon}}_{ve,\mu} . \quad (5.54)$$

Zur Bestimmung der einzelnen Verzerrungen  $\hat{\epsilon}_{ve,\mu}$  ist nach TACKE [95] für jeden KELVIN-Körper die folgende DGL 2. Ordnung

$$\ddot{\epsilon}_{ve,\mu} + \frac{E_\mu}{\eta_\mu} \dot{\epsilon}_{ve,\mu} = \frac{1}{\eta_\mu} \mathbb{S} : \dot{\sigma} \quad (5.55)$$

aufzustellen und zu lösen. Gleichung (5.55) beschreibt unter Voraussetzung eines isotropen Materialverhaltens sowie eines übereinstimmenden Querkontraktionsverhaltens von visko-elastischen und elastischen Verzerrungen das mehraxiale visko-elastische Deformationsverhalten. Ersteres ermöglicht die Verwendung der skalaren Modellparameter Federsteifigkeit  $E_\mu$  und Dämpfungviskosität  $\nu_\mu$  sowie deren Anpassung an einaxiale Kriech- und Relaxationsversuche. Letzteres gelingt mit Einführung von  $\mathbb{S} = E \mathbb{F}_{el}$  zur Beschreibung der Querkontraktion. Für gewöhnlich werden die Parameter der einzelnen KELVIN-Körper  $E_\mu$  und  $\eta_\mu$  in Abhängigkeit der Retardationszeit  $\tau_\mu$  und des Retardationskoeffizienten  $A_\mu$  angegeben zu

$$\eta_\mu = \frac{\tau_\mu}{A_\mu} \quad \text{und} \quad E_\mu = \frac{1}{A_\mu} . \quad (5.56)$$

### Temperaturabhängigkeit

Das visko-elastische Materialverhalten von Beton zeigt eine ausgeprägte Temperaturabhängigkeit. Höhere Temperaturen führen dabei, wie die Ergebnisse in Abbildung 5.14 zeigen, zu einem Anstieg der Verzerrungsrate und somit zu größeren visko-elastischen Verzerrungen. Der Grund liegt zum einen in dem infolge höherer Temperaturen beschleunigten Hydratationsprozess, der bereits mit  $\Gamma_{hyd}$  in Gleichung (5.53) Berücksichtigung findet. Zum anderen sinkt mit steigender Temperatur die Materialviskosität. Letzteres ist mit einer temperaturabhängigen Transformation der Belastungsdauer  $\xi_t$  in eine wirksame Belastungsdauer berücksichtigt. Dabei beschreibt  $\xi_t$  den Zeitbereich zwischen Belastungsbeginn  $t'$  und der aktuellen Zeit  $t$ .

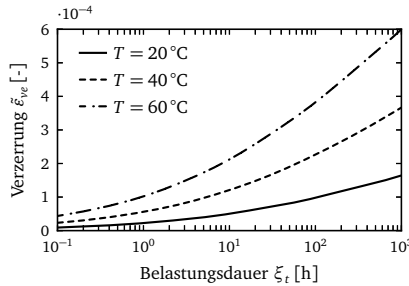


Abbildung 5.14: Temperatureinfluss auf visko-elastisches Materialverhalten

Mit der Aktivierungsenergie  $E_a^{ve} = 50\,000\text{ J/mol}$  folgt die hier verwendete Zeitverzerrungsfunktion zu

$$\psi_T = \exp\left(\frac{E_a^{ve}}{R}\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{T}\right)\right). \quad (5.57)$$

### Parameterbestimmung

Die unbekannten Modellparameter des KELVIN-Modells sind die jeweiligen Retardationskoeffizienten  $A_\mu$  und die zugehörigen Retardationszeiten  $\tau_\mu$ , die miteinander korrelieren. Bei Vorgabe von  $\tau_\mu$  ist die Anpassung von  $A_\mu$  an eine beliebig gewählte Kriechfunktion  $C$  möglich, die experimentell ermittelte Daten hinreichend genau beschreibt. Hierzu sind in der Literatur die direkten Zusammenhänge zwischen  $C$  und  $A_\mu$  in Abhängigkeit von  $\tau_\mu$  für ausgewählte Kriechfunktionen gegeben.

BAŽANT ET AL. [19] schlagen dagegen ein verallgemeinertes Lösungsschema zur Anpassung von  $A_\mu$  und  $\tau_\mu$  an eine beliebige Kriechfunktion  $C$  vor. Kern des Schemas ist die Überführung einer diskreten KELVIN-Reihe in ein stetiges KELVIN-Modell, bestehend aus einer unendlichen Anzahl an KELVIN-Körper, deren Retardationszeiten unendlich dicht zusammen liegen. Somit ist dessen Retardationsspektrum  $L$  für  $A_\mu$  stetig. Die Diskretisierung von  $L$  führt mit

$$A_\mu = L \ln 10 \Delta(\log \tau_\mu) \quad (5.58)$$

auf den für die numerische Berechnung notwendigen diskreten Parametersatz  $A_\mu$ . Dabei kennzeichnet  $\Delta(\log \tau_\mu)$  das Zeitintervall zwischen zwei benachbarten KELVIN-Körpern auf der logarithmischen Skala. Bei Wahl einer differenzierbaren Kriechfunktion  $C$  folgt nach TSCHOEGL [97] das stetige Spektrum zu

$$L = - \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{(-k\tau_\mu)^k}{(k-1)!} C_{k\tau_\mu}^k. \quad (5.59)$$

Hierbei kennzeichnet  $C_{k\tau_\mu}^k$  die  $k$ -te Ableitung der Kriechfunktion  $C$  an der Stelle  $k\tau_\mu$ . Somit kann für einen finiten Wert  $k \geq 1$  das approximierte Spektrum der Ordnung  $k$  bestimmt werden.

Für die Bestimmung der Retardationskoeffizienten  $A_\mu$  ist hier die Kriechfunktion

$$C = q_2 \ln \left[ 1 + \left( \frac{t-t'}{t_c} \right)^{n_c} \right] \quad (5.60)$$

gewählt, die sowohl das Phänomen Langzeitkriechen als auch ein kurzzeitiges Kriechen mithilfe des logarithmischen Verlaufs bzw. dem Potenzausdruck der Klammer abbilden kann. Der Parameter  $t_c$  in Gleichung (5.60) kann in der Regel zu  $t_c = 1$  d gesetzt werden. Die weiteren Parameter  $q_2$  und  $n_c$  sind an Versuchsergebnisse anzupassen.

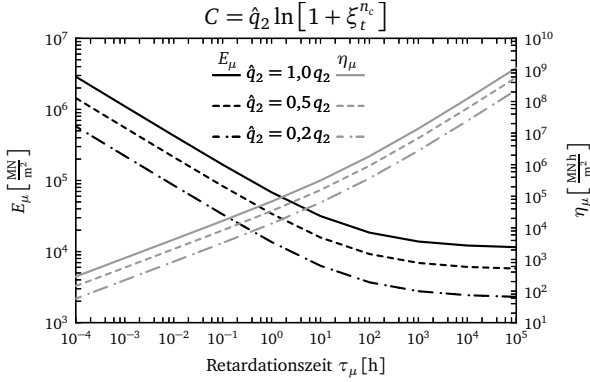


Abbildung 5.15: Diskretes Retardationsspektrum für 10 Reihenglieder

Im Rahmen dieser Arbeit besteht die Reihenschaltung aus 10 KELVIN-Körpern. Die Anpassung der Parameter  $A_\mu$  erfolgt, wie von TACKE [95] vorgeschlagen, auf Basis eines Retardationsspektrums 8. Ordnung mit den Retardationszeiten

$$\tau_{\mu+1} = 10\tau_\mu \quad \text{mit} \quad \tau_1 = 10^{-4}. \quad (5.61)$$

Die Darstellung der Federsteifigkeiten und Dämpferviskositäten über die zugehörige Retardationszeit, die in Abbildung 5.15 gegeben ist, führt auf das in der numerischen Berechnung verwendete diskrete Retardationsspektrum. Mit größer werdender Retardationszeit  $\tau_\mu$  sinkt die Federsteifigkeit  $E_\mu$  und die Viskosität  $\eta_\mu$  steigt. Des Weiteren zeigt Abbildung 5.15, dass eine Verringerung des Parameters  $\hat{q}_2$  eine Reduzierung von  $E_\mu$  und  $\eta_\mu$  zur Folge hat. Dies entspricht einer Skalierung der Kriechfunktion.

### 5.5.2 Mikrovorspannungstheorie

Der Kern der Mikrovorspannungstheorie, die auf Arbeiten von BAŽANT ET AL. [15] zurückgeht, besteht in der Existenz eines permanenten Zugspannungszustandes auf der Mikroebene. Die Mikrozugspannungen entsprechen dabei den physikalischen Bindungskräften gegenüberliegender Oberflächen, die mit der Oberflächenspannung, dem Spaltdruck und dem Kapillardruck im Gleichgewicht stehen, vgl. Abschnitt 5.1.2. Eine Änderung der Sättigung des Porenraums beeinflusst somit direkt die Mikrozugspannungen.

Die grundlegende Annahme der Mikrovorspannungstheorie ist, dass die viskose effektive Verzerrungsrate infolge einer unter konstanten Umgebungsbedingungen relaxierenden Mikrovorspannung  $S$  kontinuierlich abnimmt. Auf Basis der rheologischen Modelle ist damit das viskose Verhalten mit einem MAXWELL-Dämpfer mit



$$\dot{\epsilon}_{fl} = \frac{\psi_{fl}}{\eta_s} S : \tilde{\sigma} \quad (5.62)$$

beschreibbar. Eine gute Verknüpfung der makroskopischen Viskosität  $\eta_s$  und der Mikrovorspannung  $S$  gelingt nach BAŽANT ET AL. [15] mit der Potenzfunktion

$$\frac{1}{\eta_s} = c_1 p S^{p-1} \quad (5.63)$$

und den zu bestimmenden Modellparametern  $c_1$  und  $p$ . Letzterer ist nach BAŽANT ET AL. [15] mit  $p = 2$  gewählt.

Änderungen in Temperatur und relativer Feuchte beeinflussen maßgeblich das viskose Verhalten von Beton und sind in Gleichung (5.62) mit

$$\psi_{fl} = \exp\left(\frac{E_a^{fl}}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right) \cdot (a_h + (1 - a_h) \varphi^2) \quad (5.64)$$

berücksichtigt. Der Produktansatz erfasst im ersten Teil mittels einer ARRHENIUS-Funktion die thermischen Einflüsse. Dagegen beschreibt der zweite Teil den Einfluss der relativen Feuchte. Die zusätzlichen Modellparameter aus Gleichung (5.64) sind nach BAŽANT [14] mit  $E_a^{fl} = 41\,500 \text{ J/mol}$  und  $a_h = 0,1$  gewählt.

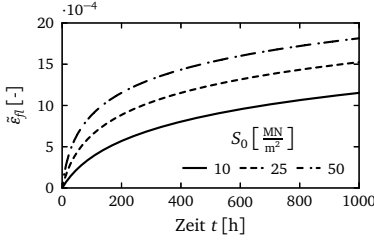
Die Relaxation der Mikrovorspannung wird mit der Evolutionsgleichung

$$\dot{S} + \psi_s c_0 S^2 = k_1 \left| \dot{T} \ln \varphi + T \frac{\dot{\varphi}}{\varphi} \right| \quad (5.65)$$

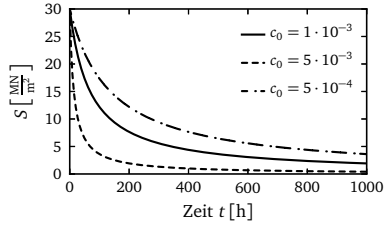
beschrieben. Temperatur- und Feuchteänderungen, die den Mikrozugspannungszustand beeinflussen, sind direkt auf der rechten Seite berücksichtigt und führen zu einer sprunghaften Änderung der Mikrovorspannung. Dagegen haben makroskopische Spannungen keinen Einfluss auf die Entwicklung der Mikrovorspannung. Des Weiteren ist mit  $\psi_s$  die temperatur- und feuchteabhängige Beschleunigung bzw. Verlangsamung der Relaxation erfasst, die mit  $E_a^s = 25\,000 \text{ J/mol}$  und  $a_s = 0,1$  analog zu Gleichung (5.64) definiert ist. Ferner wird  $k_1 = 3,0 \text{ MN/m}^2 \text{ K}$  gewählt. Die weiteren Modellparameter  $c_0$  und  $c_1$  sowie die initiale Mikrovorspannung  $S_0$  sind anhand experimenteller Daten zu ermitteln.

In Abbildung 5.16.1 ist der Einfluss der initialen Mikrovorspannung  $S_0$  auf die Entwicklung der viskosen Verzerrungen dargestellt. Ein höherer Initialwert von  $S_0$  entspricht einer geringeren makroskopischen Viskosität und führt somit zu größeren viskosen Verzerrungen. Die Relaxationsgeschwindigkeit der Mikrovorspannung wird maßgeblich vom Parameter  $c_0$  gesteuert, vgl. Abbildung 5.16.2.

Abbildung 5.17 zeigt den Einfluss wechselnder Temperaturbedingungen auf die Entwicklung der Mikrovorspannung. Der Temperaturanstieg zum Zeitpunkt  $t = 200 \text{ h}$



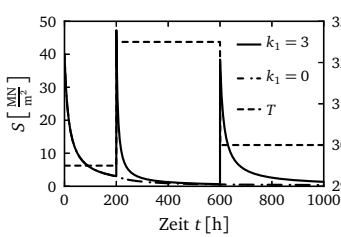
5.16.1: Viskose Verzerrung



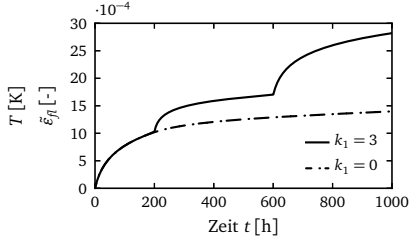
5.16.2: Mikrovorspannung

Abbildung 5.16: Viskose Verzerrung und Mikrovorspannung in Abhängigkeit vom Startwert  $S_0$  bzw. Modellparameter  $c_0$

um 30 K führt zu einem Sprung in  $S$ . Des Weiteren ist infolge der gestiegenen Temperatur eine beschleunigte Relaxation von  $S$  zu beobachten, die auf  $\psi_s$  zurückgeht. Die anschließende Abkühlung ruft einen weiteren Sprung in  $S$  hervor. Die folgende Relaxation verläuft wieder langsamer. Für  $k_1 = 0$  bleiben Änderungen der thermischen und hygrischen Bedingungen unberücksichtigt und viskose Verzerrungen entstehen ausschließlich infolge der relaxierenden initialen Mikrovorspannung  $S_0$ .



5.17.1: Mikrovorspannung



5.17.2: Viskose Verzerrung

Abbildung 5.17: Einfluss wechselnder Temperaturen auf die viskose Verzerrung

## 5.6 Verifikation an Kriech- und Schwindversuchen

Die Validierung der Modelle zur Beschreibung von Schwinden und Kriechen erfolgt im Rahmen dieser Arbeit anhand von Versuchen von GUTSCH [50] und BRYANT ET AL. [27]. Die Autoren untersuchen das Kriechverhalten junger Betone mit hoher relativer Materialfeuchte bei isothermen Bedingungen. GUTSCH führt die Versuche an isolierten Proben durch. Die vom Autor ermittelten Ergebnisse beschreiben somit das Grundkriechen und erlauben eine Validierung des visko-elastischen Modells aus Abschnitt 5.5.1. Dagegen untersuchen BRYANT ET AL. das Kriechverhalten von nicht isolierten Proben, die während der Versuchsdauer austrocknen. Die im Versuch gemessenen

Schwind- und Kriechverzerrungen erlauben eine Validierung des Schwindmodells aus Abschnitt 5.4 sowie des kombinierten Modells aus Verfestigungs- und Mikrovorspannungstheorie aus Abschnitt 5.5. Für die Validierung ist die in Kapitel 6 beschriebene Lösung der vorgestellten Modellgleichungen erforderlich.

### 5.6.1 Einaxialer Kriech- und Relaxationsversuch

Physikalisch betrachtet beruhen Kriechen und Relaxation auf den gleichen Phänomenen und werden daher im Rahmen dieser Arbeit mit dem Modell aus Abschnitt 5.5 beschrieben. Für die Modellvalidierung sind Versuchsergebnisse von GUTSCH [50] ausgewählt, der an jungen Betonen sowohl das Kriechzugverhalten als auch das Relaxationsvermögen untersucht.

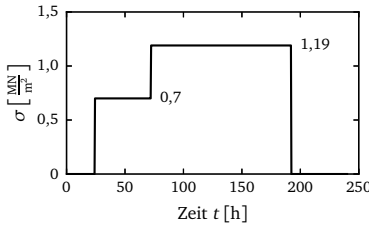
Die von GUTSCH verwendeten Proben lagern die ersten 24 Stunden versiegelt im Klimaraum bei  $T = 20^\circ\text{C}$ . Nach dem Ausschalen werden die Proben mit PVC-Folie versiegelt und so gegen Austrocknung geschützt. Alle Experimente beginnen nach 24 Stunden und finden unter stationären Bedingungen bei  $T = 20^\circ\text{C}$  statt, sodass auftretende Verformungen allein auf das Phänomen des Grundkriechens zurückzuführen sind. Mithilfe der Ergebnisse ist somit eine Validierung des Verfestigungsmodells am Materialpunkt möglich.

Das geringe Probenalter von 24 Stunden bei Versuchsbeginn erfordert die Berücksichtigung des ablaufenden Hydratationsprozesses, sodass die Festigkeitsentwicklung des Materials während der Versuchsdauer erfasst werden kann. Für den von GUTSCH verwendeten Beton können die Parameter des Hydratationsprozesses zu  $k_m = 0,53\text{ }^1/\text{h}$ ,  $A_m = 7,06 \cdot 10^{-3}$ ,  $\eta_m = 5$  und  $m_\infty = 0,83$  ermittelt werden. Die Parameter der Sättigungsfunktion für Normalbeton sind in Abschnitt 4.2.2 gegeben. Des Weiteren sind  $E_\infty = 27\,000\text{ MN}/\text{m}^2$  und  $m_0 = 0,2$  gewählt.

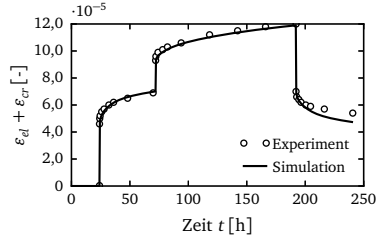
Die verbleibenden Parameter  $q_2$  und  $n_c$  können mit Hilfe von Versuchsergebnissen, z. B. mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate, ermittelt werden. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass die an jungem Beton ermittelten Versuchsergebnisse die Alterung infolge Hydratation beinhalten. Dagegen beruht das verwendete Verfestigungsmodell auf konstanten Modellparametern. Die Alterung ist dabei als Volumenvergrößerung des Zementsteins über den Reaktionsgrad  $\Gamma_{\text{hyd}}$  in Gleichung (5.53) erfasst. Für eine Anpassung der Simulationsergebnisse an die Versuchsergebnisse sind die experimentell ermittelten Werte daher um den Einfluss des Hydratationsprozesses zu korrigieren. Aufgrund des bekannten Hydratationsverlaufs können entsprechend Gleichung (5.53) die Versuchsergebnisse mit

$$\hat{\varepsilon}_{\text{cr,Exp}} = \Gamma_{\text{hyd}} \varepsilon_{\text{cr,Exp}} \quad (5.66)$$

modifiziert werden. Mit Wahl von  $q_2 = 1,874 \cdot 10^{-5}\text{ m}^2/\text{MN}$  und  $n_c = 0,54$  gelingt eine gute Anpassung der Kriechfunktion an die korrigierten Versuchsergebnisse.



5.18.1: Beanspruchungsgeschichte



5.18.2: Gesamtverzerrungen

Abbildung 5.18: Isothermer Stufenkriechversuch von GUTSCH [50]

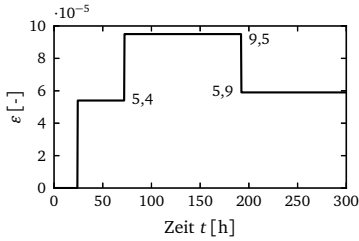
### Einaxialer Kriechversuch

Der einaxiale Zugkriechversuch findet in drei Belastungsstufen statt. Die Erstbelastung erfolgt nach 24 Stunden mit  $\Delta\sigma_1 = 0,7 \text{ MN/m}^2$ . Nach weiteren 2 Tagen folgt das zweite Spannungsinkrement mit  $\Delta\sigma_2 = 0,49 \text{ MN/m}^2$ , bevor nach insgesamt 8 Tagen eine vollständige Entlastung stattfindet. Die Belastungsgeschichte sowie die Ergebnisse des Versuchs und der Simulation sind in Abbildung 5.18 gegeben. Die Versuchsergebnisse zeigen, dass nach Entlastung infolge der alterungsbedingten Materialverfestigung sowohl elastische als auch visko-elastische Verzerrungsanteile verbleiben.

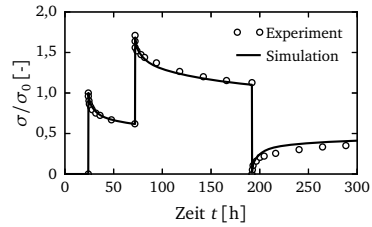
Das vorliegende Modell kann sowohl die zwei Belastungsphasen als auch die nachfolgende Entlastung abbilden und es zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Ergebnissen. Lediglich die nach Entlastung verbleibenden Verzerrungen werden leicht unterschätzt. Mit Wahl einer komplexeren Kriechfunktion anstelle von Gleichung (5.60) können die Abweichungen minimiert werden.

### Einaxialer Relaxationsversuch

Analog zum vorgestellten Kriechzugversuch beginnt die Beanspruchung im Stufenrelaxationsversuch nach 24 Stunden. Nach weiteren 2 Tagen wird das zweite Verzerrungsinkrement aufgebracht. Am 8. Tag folgt die dritte Beanspruchungsstufe, mit der ein temporär spannungsfreier Zustand erzeugt wird. Die Beanspruchungsgeschichte sowie die auf die Spannung  $\sigma_0(t_0 = 24 \text{ h})$  normierte Spannungsantwort sind in Abbildung 5.19 dargestellt. Bei konstant gehaltenen Verzerrungen in der dritten Beanspruchungsstufe ist jedoch aufgrund des zeitverzögerten Rückgangs des visko-elastischen Anteils der Verzerrungen ein Wiederanstieg der Zugspannungen sowohl in der Simulation als auch im Experiment zu beobachten. Die größten Abweichungen zwischen den Simulations- und den Versuchsergebnissen entstehen analog zum Kriechversuch in der dritten Beanspruchungsphase.



5.19.1: Beanspruchungsgeschichte



5.19.2: Normierte Spannungen

Abbildung 5.19: Isothermer Stufenrelaxationsversuch von GUTSCH [50]

## 5.6.2 Kriechversuche bei gleichzeitiger Austrocknung

Neben dem bereits untersuchten Deformationsverhalten versiegelter Proben treten bei gleichzeitiger Trocknung zusätzliche Verformungen auf, die phänomenologisch in Schwinden und Trocknungskriechen unterteilt werden und in der vorliegenden Arbeit mit dem Ansatz nach Abschnitt 5.4 bzw. der Mikrovorspannungstheorie nach Abschnitt 5.5 erfasst sind. Zur Validierung werden die von BRYANT ET AL. [27] vorgestellten Versuchsdaten verwendet. BRYANT ET AL. untersuchen den Einfluss der Betonalterung auf das Kriechverhalten von versiegelten und trocknenden Scheiben- und Prismenproben. Die Ergebnisse zeigen, dass ein späterer Belastungsbeginn zu einer alterungsbedingten Reduktion der Kriechrate führt.

Die Validierung von Gleichung (5.52) erfolgt in dieser Arbeit an Scheiben mit einer Dicke von 30 cm, deren Länge und Breite so groß gewählt sind, dass Transportprozesse ausschließlich in Dickenrichtung stattfinden. Daher erfolgt die Modellierung bei Ausnutzung der Symmetrie als 3D-Stab für die halbe Platte, dessen Ausdehnungen in Längs- und Querrichtung nicht behindert sind. Transportprozesse finden nur in Stablängsrichtung statt.

Für den von BRYANT ET AL. [27] verwendeten Beton liegen nur Daten über die Zusammensetzung sowie die mechanischen Eigenschaften vor. Daher sind die Modellparameter des Hydratationsprozesses sowie der Sättigungsfunktion gemäß Abschnitt 4.2.2 und Tabelle 4.9 für den Normalbeton BO 1 entnommen, der in seiner Zusammensetzung der experimentell untersuchten Rezeptur entspricht. Des Weiteren sind zur Beschreibung des Porentransports die Permeabilität des Materials  $k_0 = 3 \cdot 10^{-21} \text{ m}^2$  sowie die Übergangskoeffizienten  $\alpha_v = \alpha_a = 5 \cdot 10^{-9} \text{ kg/m}^2 \text{ s Pa}$  gewählt. Ferner sind die mechanischen Eigenschaften zu  $E_\infty = 27000 \text{ MN/m}^2$  und  $\nu = 0,2$  abgeschätzt.

Für eine erfolgreiche Validierung sind detaillierte Kenntnisse über das Präparieren der Proben sowie den Versuchsablauf von entscheidender Bedeutung. Bei BRYANT ET

AL. [27] lagern die Proben nach dem Betonieren versiegelt 48 Stunden in der Klimakammer bei  $T = 20^\circ\text{C}$ . Im Anschluss werden die Proben ausgeschalt und für weitere 6 Tage in der Klimakammer bei  $T = 20^\circ\text{C}$  und  $\varphi = 95\%$  gelagert. Anschließend wird ein Teil der Proben mit Aluminiumfolie versiegelt und vor dem Austrocknen geschützt. Der andere Teil bleibt unversiegelt. Das Versuchsprogramm teilt sich in vier Bereiche. Die Autoren untersuchen zum einen das autogene Schwinden der versiegelten Proben, zum anderen das Schwinden infolge Trocknung der unversiegelten Proben bei einer relativen Luftfeuchte von  $\varphi = 60\%$ . Des Weiteren untersuchen sie das Grundkriechen der versiegelten Proben bei einer Druckbeanspruchung von  $\sigma = 7\text{ MN/m}^2$  mit Belastungsbeginn bei  $t = 8\text{ d}$ . Im letzten Versuchsteil steht das Kriechverhalten der trocknenden Probe bei gleichem Lastniveau im Fokus. Die hierbei entstehenden Gesamtkriechverzerrungen enthalten sowohl die Anteile aus Grundkriechen als auch aus Trocknungskriechen. Während der gesamten Versuchsdurchführung ist die Temperatur konstant bei  $T = 20^\circ\text{C}$ .

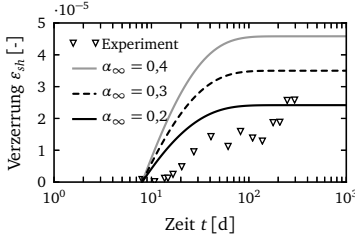
## Schwinden

In Abbildung 5.20 sind die Simulationsergebnisse der versiegelten und der unversiegelten Probe für eine Variation von  $\alpha_\infty$  den Versuchsdaten gegenübergestellt. Die Schwindverzerrungen der versiegelten Probe folgen allein aus der Volumenänderung während der Hydratation, dem autogenen Schwinden. Bei der unversiegelten Probe finden aufgrund der geringeren Umgebungfeuchte zeitgleich an den Oberflächen Austauschprozesse statt. Die dadurch hervorgerufene Austrocknung führt zu zusätzlichen Schwindverzerrungen, die dem Trocknungsschwinden zugeordnet werden. Daher sind die entstehenden Gesamtschwindverzerrungen im Vergleich zur versiegelten Probe größer.

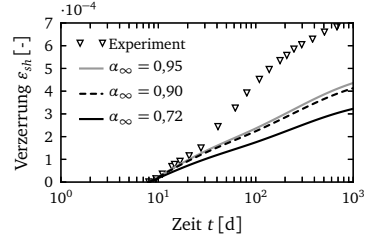
Die Steuerung der Schwindverzerrungen erfolgt im verwendeten Modell allein mit dem Biot-Koeffizienten  $\alpha_\infty$ , der die Größe von  $\alpha$  nach vollständiger Hydratation beschreibt. Wie die Simulationsergebnisse in Abbildung 5.20 zeigen, kann kein geeigneter Modellparameter  $\alpha_\infty$  identifiziert werden, mit dem beide Versuche beschrieben werden können. Des Weiteren ist eine Anpassung an die im Trocknungsversuch ermittelten Gesamtverzerrungen auch bei der Wahl von  $\alpha_\infty = 0,95$  nicht möglich, vgl. Abbildung 5.20.2. Die Ursache hierfür soll im Folgenden erläutert werden.

Eine nähere Betrachtung der Formulierung der Schwindverzerrungen nach Gleichung (5.49) zeigt, dass sich aufgrund der Versuchstemperatur von  $T = 20^\circ\text{C}$  der Poregasdruck und der atmosphärische Druck nahezu vollständig aufheben und somit die Schwindverzerrungen überwiegend auf Änderungen des Kapillardrucks  $p_c$  zurückzuführen sind. Damit folgt vereinfacht aus Gleichung (5.49)

$$\dot{\epsilon}_{sh} = \frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\alpha\chi}{3K_T} p_c \right). \quad (5.67)$$



5.20.1: Autogene Schwindverzerrung



5.20.2: Gesamtschwindverzerrung

Abbildung 5.20: Validierung des Schwindmodells nach BRYANT ET AL. [27]

Bei einer Belastung nach 8 Tagen ist der Hydratationsprozess bereits weit vorangeschritten. Somit sind alterungsbedingte Änderungen von  $\alpha$  und  $K_T$  vernachlässigbar. Es bleibt der BISHOP-Parameter  $\chi$ , der die Schwindverzerrungen beeinflusst. Unterschiedliche Autoren haben bereits ausführlich den Zusammenhang zwischen dem Produkt  $\alpha\chi$  und der Sättigung  $S_w$  untersucht. ASCHABER ET AL. [3] stellen z. B. durch Auswertung von Versuchsdaten einen linearen Zusammenhang her. Dagegen zeigen GAWIN ET AL. [47], dass  $\alpha\chi$  bei hoher Sättigung nahezu konstant ist und sich erst bei  $S_w < 0,4$  ein linearer Zusammenhang zwischen  $S_w$  und  $\alpha\chi$  einstellt. Für die ausgewählten Versuche liegen keine Informationen über das Feuchtespeicherverhalten, die Transporteigenschaften sowie den für das Schwindmodell wichtigen Zusammenhang zwischen  $\alpha\chi$  und  $S_w$  vor. Eine gezielte Verbesserung der gewählten Modellparameter ist daher nicht möglich.

Ein Vergleich der Simulationsergebnisse mit denen eines Experimentes von BAROGHEL-BOUNY [8] zeigt, dass das hier verwendete Modell das Phänomen des Schwindens ausreichend genau beschreibt. Die Autoren untersuchen das Schwindverhalten des Normalbetons BO 1, der bereits in Abschnitt 4.2.2 zur Anpassung der Feuchtespeicherfunktion verwendet wird. Die Autoren ermitteln nach 6-monatiger Versuchsdauer die Schwindverzerrungen getrennt für autogenes Schwinden und Trocknungsschwinden von  $\varepsilon_{sh} = 1,3 \cdot 10^{-4}$  und  $\varepsilon_{sh} = 5,0 \cdot 10^{-4}$ . Dabei beginnen die Versuche nach 24-stündiger versiegelter Lagerung und finden bei Raumtemperatur und einer Umgebungsfeuchte von  $\varphi = 65\%$  statt. Die Simulation mit den für den Beton BO 1 gewählten Parametern liefert bei Wahl von  $\alpha_\infty = 0,68$  für autogenes Schwinden  $\varepsilon_{sh} = 1,4 \cdot 10^{-4}$  sowie für Trocknungsschwinden  $\varepsilon_{sh} = 4,7 \cdot 10^{-4}$ . Aufgrund der Kenntnis aller Modellparameter für den untersuchten Beton zeigt sich hier eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsdaten.

Im Folgenden wird daher von einer Anpassung der Modellparameter an die Versuchsergebnisse von BRYANT ET AL. [27] abgesehen und die weitere Validierung mit dem bisher verwendeten Parametersatz durchgeführt. Das Vorgehen hat keinen Einfluss auf die nachfolgende Validierung des Kriechmodells.

## Kriechen

Die Validierung des Modells zur Beschreibung der Kriechphänomene erfolgt in zwei Schritten. Zunächst findet eine Anpassung des visko-elastischen Modells an das im Versuch an den versiegelten belasteten Proben ermittelte Grundkriechen statt. Mit der Wahl von  $q_2 = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{MN}$  und  $n_c = 0,68$  gelingt, wie die Ergebnisse in Abbildung 5.21 zeigen, eine gute Übereinstimmung.

Anschließend wird das viskose Modell an die im Kriechversuch der unversiegelten belasteten Probe ermittelten gesamten Kriechverzerrungen angepasst, die zusammen mit den Ergebnissen der Simulation in Abbildung 5.21 dargestellt sind. Bei gleichzeitiger Austrocknung der unversiegelten Proben treten zusätzlich zum Schwinden und Grundkriechen Verformungen auf, die entsprechend dem PICKETT-Effekt dem Trocknungskriechen zugeschrieben werden und hier mit der Mikrovorspannungstheorie berücksichtigt sind. Als initiale Mikrovorspannung ist zum Zeitpunkt  $t = 8 \text{ d}$  nach BAŽANT ET AL. [15]  $S_0 = 25,62 \text{ MN/m}^2$  gewählt. Eine gute Anpassung an die Versuchsdaten gelingt mit den weiteren Parametern  $c_0 = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{MN h}$  und  $c_1 = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4/\text{MN}^2 \text{ h}$ . Die Ergebnisse zeigen, dass das zu beobachtende Kriechverhalten der Proben mit dem vorliegen Modell auch bei Austrocknung gut beschrieben werden kann.

Zur Untersuchung des Einflusses der Alterung auf das Kriechverhalten haben die Autoren zusätzlich eine Variation des Betonalterns bei Erstbelastung durchgeführt. Die Versuchs- sowie die Simulationsergebnisse sind in Abbildung 5.22 für die Belastungszeiten von 8, 28 und 84 Tagen gegenübergestellt. Wie die Ergebnisse zeigen, führt die Alterung zu einer Verringerung der Kriechverzerrungen. Gründe hierfür sind zum einen die Verfestigung des Materials und zum andern die infolge der ablaufenden Relaxation abnehmende Mikrovorspannung, die mit einer Reduktion der

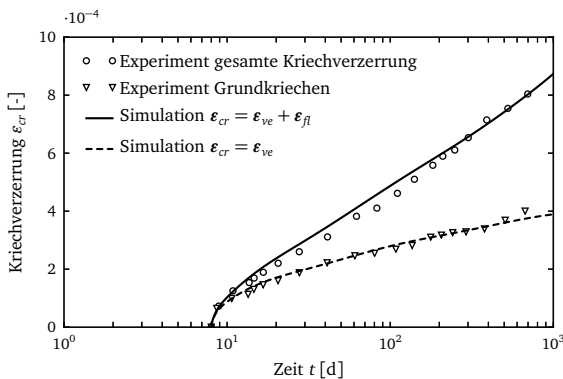


Abbildung 5.21: Grundkriechen und Trocknungskriechen nach [27]



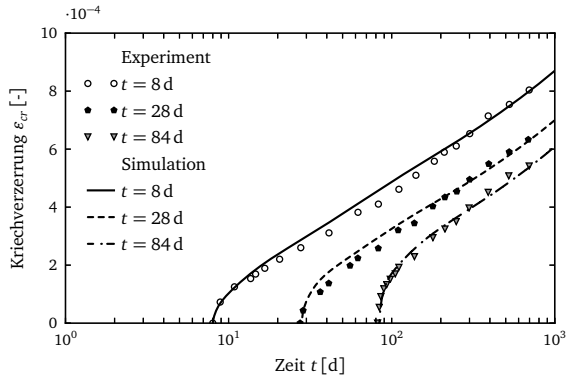


Abbildung 5.22: Kriechverzerrung aus Simulation und Versuch in Abhängigkeit vom Belastungsbeginn nach BRYANT ET AL. [27]

Fließrate einhergeht. Bei Wahl von  $S_0 = 5,77 \text{ MN/m}^2$  bzw.  $S_0 = 2,72 \text{ MN/m}^2$  für die Belastungszeitpunkte  $t = 28 \text{ d}$  und  $t = 84 \text{ d}$  gelingt eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsdaten.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass sowohl das Grundkriechen als auch das Trocknungskriechen vom Modell abgebildet werden kann. Des Weiteren sind alterungsbedingte Änderungen der visko-elastischen und der viskosen Verzerrungsraten im Modell berücksichtigt.



## 6 Lösung des gekoppelten Mehrfeldproblems

Das in Kapitel 2 entwickelte Prognosemodell bestehend aus Leitvariablen, Leitprozessen und zusätzlichen Materialmodellen ermöglicht eine Beschreibung der während der Lebensdauer im Beton ablaufenden wesentlichen Alterungsprozesse. Gegenstand des nachfolgenden Kapitels ist sowohl die numerische als auch die programmtechnische Umsetzung. Mit den um die nichtlokale Schädigungsformulierung erweiterten Bilanzgleichungen aus Kapitel 3 liegt nach Einsetzen der Materialmodelle aus Kapitel 4 und 5 ein System gekoppelter, nichtlinearer Differenzialgleichungen vor, deren analytische Lösung nur im Einzelfall möglich ist.

Im Rahmen dieser Arbeit sind daher für die numerische Lösung im Raum die Finite-Elemente-Methode und in der Zeit das implizite EULER-Verfahren gewählt. Das entwickelte Prognosemodell wird in ein bestehendes FE-Programm implementiert. Des Weiteren erfolgt die Entwicklung des übergeordneten Programms PROCON, das die Steuerung und die Datenhaltung des Prognosemodells ermöglicht.

### 6.1 Numerische Umsetzung

Das vorliegende gekoppelte, stark nichtlineare Differenzialgleichungssystem stellt ein Anfangs-Randwertproblem dar, dessen numerische Lösung die Wahl unabhängiger Beschreibungsvariablen, die Definition von Anfangs- und Randbedingungen, die Überführung der Bilanzgleichungen in die schwache Formulierung sowie deren Diskretisierung und Linearisierung erfordert. Die einzelnen Schritte sind nachfolgend vorgestellt.

#### 6.1.1 Unabhängige Beschreibungsvariablen

Für die Bilanzgleichungen sind unabhängige Beschreibungsvariablen zu wählen, die die einzigen Unbekannten des zu lösenden gekoppelten Gleichungssystems darstellen. Als unabhängige Beschreibungsgröße der Impulsbilanz ist die Verschiebung  $\mathbf{u}$  gewählt. In Abschnitt 5.3.2 sind bereits  $\tilde{\lambda}_R$  und  $\tilde{\lambda}_{DP}$  als Beschreibungsvariablen der nichtlokalen Erweiterung des Schädigungsmodells definiert.

Die Massebilanz des Wassers, die sowohl das flüssige Wasser als auch den Wasserdampf erfasst, kann mit unterschiedlichen Variablen beschrieben werden. Mögliche

Variablen sind die relative Feuchte  $\varphi$ , die Sättigung  $S_w$ , der Kapillardruck  $p_c$  oder der Wasserdampfdruck  $p_v$ . Für Untersuchungen von hochtemperaturbeanspruchten Betonbauteilen ist die Verwendung von  $S_w$  und  $p_c$  nicht sinnvoll, da beide Werte oberhalb der kritischen Temperatur  $T_{crit}$  nicht definiert sind. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit als unabhängige Beschreibungsgröße des Wasserhaushalts die relative Feuchte gewählt.

Die Zustandsbeschreibung der trockenen Luft erfolgt im Rahmen dieser Arbeit mit dem Partialdruck  $p_a$ . Alternativ ist die Wahl des Porengasdrucks  $p_g$  möglich. Zur Beschreibung der Energieänderung wird die Temperatur  $T$  verwendet. Der Stofftransport der Komponente  $\pi$  innerhalb des Porenfluids  $\alpha$  ist mit der Konzentration  $w_\alpha^\pi$  erfasst. Hierbei stellt  $w_w^\gamma$  die Konzentration des Salzes im Lösungsmittel dar. Entsprechend ist die Änderung der Kohlendioxidkonzentration der trockenen Luft mit  $w_g^\kappa$  berücksichtigt. Der Satz an unabhängigen Beschreibungsvariablen folgt damit zu

$$\mathbf{z} = [\mathbf{u}, \bar{\lambda}_R, \bar{\lambda}_{DP}, \varphi, T, p_a, w_w^\gamma, w_g^\kappa]^T. \quad (6.1)$$

Bis auf die nichtlokalen Größen  $\bar{\lambda}_R$  und  $\bar{\lambda}_{DP}$  entsprechen somit die gewählten unabhängigen Beschreibungsvariablen auch den in Abschnitt 2.5 definierten Leitvariablen. Die weiteren Leitvariablen mechanische Schädigung sowie die Grade der Reaktionen stellen innerhalb des Berechnungsmodells definierte interne Variablen dar.

### 6.1.2 Anfangs- und Randbedingungen

Eine eindeutige Lösung des gekoppelten nichtlinearen Systems erfordert die Definition von Anfangs- und Randbedingungen für die gewählten Beschreibungsvariablen. Die Initialwerte der unabhängigen Beschreibungsvariablen sind im gesamten Lösungsgebiet  $V$  und auf allen Rändern  $A$  mit

$$\mathbf{z}_{t=0} = \mathbf{z}_0 \quad (6.2)$$

vorgegeben und im Rahmen dieser Arbeit, sofern nicht abweichend angegeben, nach Tabelle 6.1 gewählt.

$\mathbf{z}_0$	$\mathbf{u}_0$ [m]	$\bar{\lambda}_R$ [-]	$\bar{\lambda}_{DP}$ [-]	$\varphi_0$ [-]	$T_0$ [K]	$p_{a,0}$ [Pa]	$w_{w,0}^\gamma$ [M.-%]	$w_{g,0}^\kappa$ [M.-%]
Anfangswert	0	0	0	99,98	293,15	101 325	0	0

Tabelle 6.1: Anfangswerte der Beschreibungsvariablen

Zusätzlich zu den Anfangsbedingungen sind auf allen Rändern Randbedingungen zu setzen, die das Lösungsgebiet mit dem umgebenden Gebiet koppeln. Je nach Art

der Randbedingung wird in DIRICHLET-, NEUMANN- und CAUCHY-Randbedingung unterschieden.

Als DIRICHLET-Randbedingung wird die direkte Vorgabe einer Zustandsgröße  $z$ , wie z. B. der Verschiebungsvektor  $u$ , auf dem Rand bezeichnet. Eine NEUMANN-Randbedingung kennzeichnet dagegen die Vorgabe der Normalableitung der Zustandsgröße, welche in der Impulsbilanz einer Randspannung bzw. in einer Massebilanz einem Randstrom entspricht. Mit beiden Arten sind in dieser Arbeit die Randbedingungen der Impulsbilanz beschrieben.

Die CAUCHY-Randbedingung, die im Sinne der Festkörpermechanik einer Randfeder entspricht, stellt eine Kombination aus DIRICHLET- und NEUMANN-Randbedingung dar und wird im Rahmen dieser Arbeit zur Beschreibung der Randbedingungen der Masse- und Energiebilanzen verwendet.

Die Beschreibung der Randflüsse der Massebilanzen des Wassers sowie der trockenen Luft erfolgt in Abhängigkeit der Druckdifferenz zwischen der sich einstellenden Zustandsgröße auf dem Rand  $p_i$  und der vorgegebenen Zustandsgröße des umgebenden Mediums  $p_{i,\infty}$  mit

$$q_i = \alpha_i (p_i - p_{i,\infty}) \quad \text{mit} \quad i \in [v, a] . \quad (6.3)$$

Hierbei stellt  $\alpha_i$  den Übergangskoeffizienten dar, der in Abhängigkeit der Porosität, der Rohdichte sowie der Permeabilität des Materials und dem umgebenden Medium zu bestimmen ist. Der Wärmestrom auf dem Rand folgt zu

$$q_T = \alpha_T (T - T_\infty) + \sigma_0 e (T^4 - T_\infty^4) . \quad (6.4)$$

Der erste Anteil beschreibt den konvektiven Wärmetransport infolge der Temperatur des umgebenden Mediums  $T_\infty$  sowie der Wärmeübergangszahl  $\alpha_T$ . Im Rahmen dieser Arbeit ist, sofern nicht explizit angegeben, der Wärmeübergang gegenüber der Luft mit  $\alpha_T = 8,5 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$  bzw. einer Schalung mit  $\alpha_T = 5,1 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$  erfasst. Mit dem zweiten Term wird der Wärmestrom infolge Strahlung berücksichtigt. Die STEFAN-BOLTZMANN-Konstante  $\sigma_0$  und die Emissivität  $e$  sind mit

$$\sigma_0 e = 5,1 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4) \quad (6.5)$$

nach GAWIN ET AL. [45] gewählt. Für die Massebilanzen von Salz und Kohlendioxid gilt ein analoges Vorgehen und die Randströme sind mit

$$q_w^\gamma = \alpha_w^\gamma (w_w^\gamma - w_{w,\infty}^\gamma) \quad \text{und} \quad q_g^\kappa = \alpha_g^\kappa (w_g^\kappa - w_{g,\infty}^\kappa) \quad (6.6)$$

in Abhängigkeit von  $\alpha_w^\gamma$  und  $\alpha_g^\kappa$  berücksichtigt. In Tabelle 6.2 sind die Übergangskoeffizienten für die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Betone dargestellt.

	Einheit	BO 1	BO 2	BH 2
$\alpha_v, \alpha_d$	$\text{kg}/\text{m}^2 \text{ s Pa}$	$3,3 \cdot 10^{-8}$	$1,4 \cdot 10^{-7}$	$1,25 \cdot 10^{-8}$
$\alpha_w^\gamma$	$\text{kg}/\text{m}^2 \text{ s}$	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$1,4 \cdot 10^{-5}$	nicht erforderlich
$\alpha_g^\kappa$	$\text{kg}/\text{m}^2 \text{ s}$	$3,3 \cdot 10^{-6}$	$3,3 \cdot 10^{-6}$	$2,2 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 6.2: Übergangskoeffizienten der Betone BO 1, BO 2 und BH 2

### 6.1.3 Schwache Form der Bilanzgleichungen

Die Finite-Elemente-Methode erfordert eine Überführung der Bilanzgleichungen in eine schwache Formulierung, die im Rahmen dieser Arbeit mit dem Prinzip der gewichteten Residuen durchgeführt wird. Hierzu ist nach Wahl einer geeigneten Wichtungsfunktion  $\delta w$  die entsprechende Bilanzgleichung mit dieser zu multiplizieren und über das Gebiet  $dV$  zu integrieren. Nach Anwendung des GAUSSschen Integralsatzes liegt die für die Diskretisierung notwendige schwache Form vor, die nachfolgend für die im Modell verwendeten Bilanzgleichungen gegeben ist.

#### Impulsbilanz

Mit Wahl eines virtuellen Verschiebungsfeldes  $\delta \mathbf{u}$  als Wichtungsfunktion ist das gewählte Vorgehen äquivalent dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen. Die schwache Form der Impulsbilanz folgt mit der Definition der virtuellen Verzerrungen  $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$  analog den wirklichen Verzerrungen nach Gleichung (5.1) zu

$$r_{\mathbf{u}} = \int_V \boldsymbol{\sigma} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV - \int_V \delta \mathbf{u} \rho_c \mathbf{g} dV - \int_A \delta \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} dA = 0. \quad (6.7)$$

Der erste Term beschreibt die innere virtuelle Arbeit, die Terme zwei und drei repräsentieren die äußere virtuelle Arbeit infolge von Volumenkräften bzw. Randspannungen. Dabei muss die Summe aus innerer und äußerer Arbeit stets null sein. Im Vergleich zur starken Formulierung ist jedoch das Gleichgewicht nach Gleichung (6.7) nur integral über das Gebiet erfüllt.

#### Nichtlokale Erweiterung

Die Überführung der zwei nichtlokalen Gleichungen des erweiterten Schädigungsmodells in die jeweils schwache Form ist im Folgenden mit  $i \in \{R, DP\}$  komprimiert dargestellt. Bei Wahl der Wichtungsfunktion  $\delta w_{\bar{\lambda}_i}$  folgt die schwache Form zu

$$r_{\bar{\lambda}_i} = \int_V (l_c^2 (\nabla \delta w_{\bar{\lambda}_i}) \cdot \nabla \bar{\lambda}_i + \delta w_{\bar{\lambda}_i} (\bar{\lambda}_i - \lambda_i)) dV - \int_A \delta w_{\bar{\lambda}_i} l_c^2 \nabla \lambda_i \cdot \mathbf{n} dA = 0. \quad (6.8)$$

Der letzte Term entspricht der NEUMANN-Randbedingung, die für die Umsetzung auf dem gesamten Rand zu null gewählt ist und somit entfällt.

## Wasserhaushalt

Stellvertretend für alle Massebilanzen erfolgt für die Massebilanz des Wassers eine detaillierte Darstellung der einzelnen Anteile der schwachen Form. Neben den Speicher- und konvektiven Transporttermen von Wasser und Wasserdampf wird der diffusive Transport von Wasserdampf in der Gasphase berücksichtigt. Alle Transportgeschwindigkeiten sind in Gleichung (6.14) definiert. Des Weiteren ist die Änderung des Speicherhalts von flüssigem Wasser und Wasserdampf aufgrund einer Deformation der festen Phase erfasst. Der als Quelle definierte Term  $s_w$  beschreibt die Masseänderung infolge der chemischen Reaktionen Hydratation, Dehydratation und Karbonatisierung. Mit  $c_s$  nach Gleichung (3.15) gehen über den vorletzten Term die Änderungen der festen Phase ein. Der Massestrom auf dem Rand findet mit dem letzten Term Berücksichtigung. Die schwache Form der Massebilanz des Wassers folgt mit der Wichtungsfunktion  $\delta w_\varphi$  zu

$$\begin{aligned}
 r_\varphi = 0 = & \\
 \text{Speicherterm flüssiges Wasser} & + \int_V \delta w_\varphi \frac{\partial}{\partial t} (n S_w \tilde{\rho}_w) dV \\
 \text{Speicherterm Wasserdampf} & + \int_V \delta w_\varphi \frac{\partial}{\partial t} (n (1 - S_w) \tilde{\rho}_v) dV \\
 \text{Masseänderung infolge Deformation} & + \int_V \delta w_\varphi (S_w \tilde{\rho}_w + (1 - S_w) \tilde{\rho}_v) \nabla \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) dV \\
 \text{diffusiver Transport} & + \int_V \nabla \delta w_\varphi (\tilde{\rho}_g \mathbf{v}_g^v) dV \\
 \text{konvektiver Transport} & - \int_V \nabla \delta w_\varphi (\tilde{\rho}_w \mathbf{v}_{wD}) dV - \int_V \nabla \delta w_\varphi (\tilde{\rho}_v \mathbf{v}_{gD}) dV \\
 \text{Quelle und Senke} & - \int_V \delta w_\varphi s_w dV \\
 \text{Änderung der festen Phase} & - \int_V \delta w_\varphi (S_w \tilde{\rho}_w + (1 - S_w) \tilde{\rho}_v) c_s dV \\
 \text{Massestrom auf dem Rand} & + \int_A \delta w_\varphi (\alpha_v (p_v - p_{v,\infty})) dA. \tag{6.9}
 \end{aligned}$$

## Trockene Luft

Für die Massebilanz der trockenen Luft erfolgt das Vorgehen der Überführung der starken in die schwache Form analog zur Massebilanz des Wassers. Als Wichtungsfunktion wird  $\delta w_{p_a}$  gewählt. Quellen und Senken sind im vorliegenden Modell für die trockene Luft nicht berücksichtigt. Die Diffusionsgeschwindigkeit  $\mathbf{v}_g^a$  ist analog zu

$\mathbf{v}_g^v$  nach Gleichung (6.14), jedoch mit negativem Vorzeichen, definiert. Somit folgt die schwache Form zu

$$\begin{aligned} r_{p_a} = 0 = & \int_V \delta w_{p_a} \frac{\partial}{\partial t} (n (1 - S_w) \tilde{\rho}_a) dV + \int_V \delta w_{p_a} (1 - S_w) \tilde{\rho}_a \nabla \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) dV \\ & + \int_V \nabla \delta w_{p_a} (\tilde{\rho}_a \mathbf{v}_g^a) dV - \int_V \nabla \delta w_{p_a} (\tilde{\rho}_a \mathbf{v}_{gD}) dV \\ & - \int_V \delta w_{p_a} (1 - S_w) \tilde{\rho}_a c_s dV + \int_A \delta w_{p_a} (\alpha_a (p_a - p_{a,\infty})) dA. \end{aligned} \quad (6.10)$$

### Salzhaushalt

Salztransport ist im Rahmen dieser Arbeit nur in der flüssigen Phase möglich. Daher ist als unabhängige Beschreibungsvariable die Konzentration  $w_w^\gamma$  von Salz in der flüssigen Phase gewählt. Die schwache Form des Salzhaushalts folgt mit der Wichtungsfunktion  $\delta w_\gamma$  zu

$$\begin{aligned} r_\gamma = 0 = & \int_V \delta w_\gamma \frac{\partial}{\partial t} (n S_w w_w^\gamma \tilde{\rho}_w) dV + \int_V \delta w_\gamma S_w w_w^\gamma \tilde{\rho}_w \nabla \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) dV \\ & + \int_V \nabla \delta w_\gamma (\tilde{\rho}_w \mathbf{v}_w^\gamma) dV - \int_V \nabla \delta w_\gamma (w_w^\gamma \tilde{\rho}_w \mathbf{v}_{wD}) dV - \int_V \delta w_\gamma s_w^\gamma dV \\ & - \int_V \delta w_\gamma S_w w_w^\gamma \tilde{\rho}_w c_s dV + \int_A \delta w_\gamma (\alpha_w^\gamma (w_w^\gamma - w_{w,\infty}^\gamma)) dA. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Der Quellterm  $s_w^\gamma$  beschreibt die Änderung des Salzgehalts als Folge reversibler physikalischer Bindungsprozesse. Des Weiteren ist mit Gleichung (4.40) die Diffusionsgeschwindigkeit festgelegt zu  $\mathbf{v}_w^\gamma = \mathbf{D}_w^\gamma \nabla w_w^\gamma$ .

### CO<sub>2</sub>-Haushalt

Kohlendioxid wird im Rahmen dieser Arbeit als Komponente der trockenen Luft erfasst. Analog zur Massebilanz von Salz ist die Wichtungsfunktion mit  $\delta w_\kappa$  gewählt und die Diffusionsgeschwindigkeit zu  $\mathbf{v}_g^\kappa = \mathbf{D}_g^\kappa \nabla w_g^\kappa$  definiert. Der Quellterm  $s_g^\kappa$  berücksichtigt die Änderungen des CO<sub>2</sub>-Gehalts infolge Karbonatisierung. Die schwache Form folgt zu

$$\begin{aligned} r_\kappa = 0 = & \int_V \delta w_\kappa \frac{\partial}{\partial t} (n (1 - S_w) w_g^\kappa \tilde{\rho}_a) dV + \int_V \delta w_\kappa (1 - S_w) w_g^\kappa \tilde{\rho}_a \nabla \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) dV \\ & + \int_V \nabla \delta w_\kappa (\tilde{\rho}_a \mathbf{v}_g^\kappa) dV - \int_V \nabla \delta w_\kappa (w_g^\kappa \tilde{\rho}_a \mathbf{v}_{gD}) dV - \int_V \delta w_\kappa s_g^\kappa dV \\ & - \int_V \delta w_\kappa (1 - S_w) w_g^\kappa \tilde{\rho}_a c_s dV + \int_A \delta w_\kappa (\alpha_g^\kappa (w_g^\kappa - w_{g,\infty}^\kappa)) dA. \end{aligned} \quad (6.12)$$



## Energiebilanz

Für die Formulierung der schwachen Form der Energiebilanz wird die Wichtungsfunktion  $\delta w_T$  gewählt. Neben der Änderung der inneren Energie ist sowohl der konvektive Wärmetransport in der flüssigen und gasförmigen Phase als auch der diffusive Wärmetransport erfasst. Des Weiteren findet die beim Phasenwechsel von Wasser frei werdende bzw. verbrauchte Energie Berücksichtigung. Mit  $s_e$  geht die in den chemischen Reaktionen frei werdende oder verbrauchte Energie in die Gleichung ein. Die schwache Form der Energiebilanz folgt zu

$$\begin{aligned} r_T = 0 = & \int_V \delta w_T c_{pc} \frac{\partial T}{\partial t} dV + \int_V \delta w_T (c_{pw} \tilde{\rho}_w \mathbf{v}_{wD} + c_{pg} \tilde{\rho}_g \mathbf{v}_{gD}) \cdot \nabla T dV \\ & + \int_V \nabla \delta w_T (\lambda_c \nabla T) dV - \int_V \delta w_T \frac{\partial m_{vap}}{\partial t} \Delta h_{vap} dV - \int_V \delta w_T s_e dV \\ & + \int_A \delta w_T (\alpha_T (T - T_\infty) + \sigma_0 e (T^4 - T_\infty^4)) dA. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Hierbei stellt  $\frac{\partial m_{vap}}{\partial t}$  die Änderung der Masse des Porenwassers infolge des Phasenwechsels dar, die entsprechend der Massebilanz des Wassers nach Gleichung (6.9) aufzustellen ist. Die Geschwindigkeiten des diffusiven und konvektiven Transports der Fluide sind nach Gleichung (4.28) und (4.39) zu

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_g^v &= -\mathbf{v}_g^a = \frac{M_a M_v}{M_g^2} \mathbf{D}_g^v \left( \frac{p_a}{p_g^2} \left( \frac{\partial p_v}{\partial \varphi} \nabla \varphi + \frac{\partial p_v}{\partial T} \nabla T \right) - \frac{p_v}{p_g^2} \nabla p_a \right), \\ \mathbf{v}_{wD} &= \frac{\mathbf{k} k_{rw}}{\mu_w} \left( \left( \frac{\partial p_c}{\partial \varphi} - \frac{\partial p_v}{\partial \varphi} \right) \nabla \varphi + \left( \frac{\partial p_c}{\partial T} - \frac{\partial p_v}{\partial T} \right) \nabla T - \nabla p_a \right) \quad \text{und} \quad (6.14) \\ \mathbf{v}_{gD} &= \frac{\mathbf{k} k_{rg}}{\mu_g} \left( -\frac{\partial p_v}{\partial \varphi} \nabla \varphi - \frac{\partial p_v}{\partial T} \nabla T - \nabla p_a \right) \end{aligned}$$

definiert.

### 6.1.4 Diskretisierung und Linearisierung

Die Lösung des gekoppelten nichtlinearen Gleichungssystems erfordert eine Diskretisierung der schwachen Formen der Bilanzgleichungen in Raum und Zeit sowie eine konsistente Linearisierung. Zur besseren Übersicht ist eine Gruppierung der unabhängigen Variablen entsprechend der drei Gleichungsarten Impulsbilanz, nichtlokale Bilanz und Massebilanz sinnvoll. Mit

$$\tilde{\boldsymbol{\lambda}} = [\tilde{\lambda}_R, \tilde{\lambda}_{DP}]^T \quad \text{und} \quad \mathbf{p} = [\varphi, T, p_a, w_w^\gamma, w_a^\kappa]^T \quad (6.15)$$

folgen die unbekannten Beschreibungsvariablen sowie die virtuellen bzw. Wichtungsfunktionen zu

$$\mathbf{z} = [\mathbf{u}, \tilde{\boldsymbol{\lambda}}, \mathbf{p}]^T \quad \text{bzw.} \quad \delta \mathbf{z} = [\delta \mathbf{u}, \delta \mathbf{w}_{\tilde{\boldsymbol{\lambda}}}, \delta \mathbf{w}_{\mathbf{p}}]^T. \quad (6.16)$$

Die Diskretisierung im Raum erfolgt mit der BUBNOV-GALERKIN-Finite-Elemente-Methode. Eine Einführung geben z. B. AHRENS & DINKLER [2] oder BATHE [12]. Den Kern der Methode stellt die Zerlegung des Lösungsgebietes  $V$  in  $n_e$  Teilgebiete und die Approximation der Verläufe der Unbekannten mit geeigneten Ansatzfunktionen auf der Elementebene dar. Nach BUBNOV-GALERKIN sind sowohl für die unbekannten Variablen als auch für die virtuellen Größen bzw. Wichtungsfunktionen die gleichen Ansatzfunktionen  $N_j$  zu wählen. Somit ist eine Approximation von  $\mathbf{z}_i$  bzw.  $\delta \mathbf{z}_i$  aus der Summation der Produkte der Ansatzfunktionen und der Knotenfreiwerte  $\check{\mathbf{z}}_i$  über die Anzahl der Elementknoten  $n_n$  mit

$$\mathbf{z}_i = \sum_j^{n_n} N_{\mathbf{z}_{i,j}} \check{\mathbf{z}}_{i,j} = \mathbf{N}_{\mathbf{z}_i} \check{\mathbf{z}}_i \quad \text{und} \quad \delta \mathbf{z}_i = \mathbf{N}_{\mathbf{z}_i} \delta \check{\mathbf{z}}_i \quad \text{mit} \quad i \in \mathbf{z} \quad (6.17)$$

möglich. In Gleichung (6.17) ist abweichend die Matrix-Vektornotation gewählt. Die diskreten Knotenfreiwerte folgen somit zu

$$\check{\mathbf{z}} = [\check{\mathbf{u}}, \check{\boldsymbol{\lambda}}, \check{\mathbf{p}}]^T. \quad (6.18)$$

Im Rahmen dieser Arbeit wird das isoparametrische Elementkonzept verwendet und sowohl das Verschiebungsfeld  $\mathbf{u}$  als auch die Geometrie mit quadratischen Ansatzfunktionen beschrieben. Dagegen sind für  $\tilde{\boldsymbol{\lambda}}$  und  $\mathbf{p}$  lineare Ansatzfunktionen gewählt. Alle verwendeten Ansatzfunktionen sind in BATHE [12] beschrieben.

Neben der Diskretisierung im Raum ist eine Diskretisierung des Ableitungsoperators  $\frac{\partial}{\partial t}$  in den Bilanzgleichungen notwendig. Hierzu wird im Rahmen dieser Arbeit das implizite EULER-Verfahren, auch als EULER-Rückwärts bekannt, verwendet. Danach folgen die unbekannten Zuwächse im Zeitbereich  $\Delta t = t_{j+1} - t_j$  mit

$$\Delta \check{\mathbf{z}} = \check{\mathbf{z}}_{j+1} - \check{\mathbf{z}}_j \quad (6.19)$$

als Differenz aus dem gesuchten Zustand  $\check{\mathbf{z}}_{j+1}$  am Ende des Inkrementes und dem bekannten Zustand  $\check{\mathbf{z}}_j$  zum Zeitpunkt  $t_j$ . Für  $t_0$  entspricht  $\check{\mathbf{z}}_j$  der Anfangsbedingung. Mit Gleichung (6.19) ist eine Approximation von  $\frac{\partial}{\partial t}$  zum Zeitpunkt  $t_{j+1}$  zu

$$\frac{\partial \check{\mathbf{z}}}{\partial t} = \frac{\check{\mathbf{z}}_{j+1} - \check{\mathbf{z}}_j}{\Delta t} = \frac{\Delta \check{\mathbf{z}}_{j+1}}{\Delta t} \quad (6.20)$$

möglich.

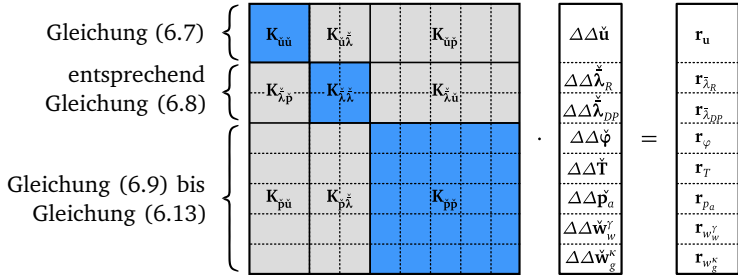


Abbildung 6.1: Schematische Darstellung des globalen Gleichungssystems

Nach der Diskretisierung der Bilanzgleichungen in Raum und Zeit liegt ein System gekoppelter, nichtlinearer Gleichungen vor, das iterativ mit dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren gelöst wird. Die verbesserte Lösung der Knotenfreiwerte nach jedem Iterationsschritt  $k$  folgt mit  $\Delta\ddot{\mathbf{z}}_{k+1} = \Delta\ddot{\mathbf{z}}_k + \Delta\Delta\ddot{\mathbf{z}}$ . Für das NEWTON-RAPHSON-Verfahren ist eine konsistente Linearisierung der globalen Residuen nach allen Knotenfreiwerten erforderlich, die auf das in Abbildung 6.1 schematisch dargestellte zu lösende Gleichungssystem, bestehend aus der globalen Tangente  $\mathbf{K}$ , den unbekannten Knotenfreiwerten  $\Delta\Delta\ddot{\mathbf{z}}$  und dem Residuum  $\mathbf{r}$  führt. Die Untermatrizen von  $\mathbf{K}$  folgen mit den aktuellen Freiwerten  $\ddot{\mathbf{z}}_{j+1}$  zu

$$\mathbf{K}_{il} = \left. \frac{\partial \mathbf{r}_i(\ddot{\mathbf{z}})}{\partial \Delta\ddot{\mathbf{z}}_l} \right|_{\ddot{\mathbf{z}}_{j+1}} \quad \text{und} \quad i, l \in \{\ddot{u}, \ddot{\lambda}, \ddot{p}\}. \quad (6.21)$$

Hierbei beschreiben die Untermatrizen  $\mathbf{K}_{\ddot{u}\ddot{u}}$ ,  $\mathbf{K}_{\ddot{u}\ddot{\lambda}}^z$ ,  $\mathbf{K}_{\ddot{\lambda}\ddot{u}}^z$  sowie  $\mathbf{K}_{\ddot{\lambda}\ddot{\lambda}}^z$  die Linearisierung der Impulsbilanz sowie der nichtlokalen Erweiterung nach den Knotenfreiwerten und entsprechen der klassischen nichtlokalen Schädigungsformulierung. Die Kopplungsmatrizen  $\mathbf{K}_{\ddot{u}\ddot{p}}$  und  $\mathbf{K}_{\ddot{\lambda}\ddot{p}}^z$  folgen aus der Linearisierung der Kopplung der Impulsbilanz bzw. nichtlokalen Erweiterung mit den Massebilanzen sowie der Energiebilanz, die die Interaktion zwischen der festen Phase und den Porenfluiden sowie die thermische Expansion und Kontraktion beschreibt.

Die Untermatrix  $\mathbf{K}_{\ddot{p}\ddot{p}}$  stellt die Linearisierung der gekoppelten Transportprozesse dar, die im porösen Material stattfinden. Dabei sind die chemischen Reaktionsprozesse, die als interne Prozesse die Veränderung der internen Variablen beschreiben, über Quell- und Senkterme direkt in den Massebilanzen eingebunden. Die Linearisierung der Kopplung der mechanischen Schädigung mit den Transportprozessen ist in  $\mathbf{K}_{\ddot{p}\ddot{\lambda}}^z$  enthalten. Dagegen kennzeichnet  $\mathbf{K}_{\ddot{p}\ddot{u}}$  die Ableitung der Massebilanzen nach den Verschiebungsfreiwerten, die aus der Masseänderung infolge Deformation der Porenstruktur hervorgeht.

Die globale Tangente  $\mathbf{K}$  und das globale Residuum  $\mathbf{r}$  folgen entsprechend der Finite-Elemente-Methode aus der Assemblierung der auf der Elementebene definierten

Tangenten  $\mathbf{K}^e$  bzw. den Residuen  $\mathbf{r}^e$ . Im Rahmen dieser Arbeit werden die lokalen Untermatrizen  $\mathbf{K}_{ul}^e$  und  $\mathbf{K}_{\lambda_l}^e$  analytisch bestimmt. Die hierzu notwendigen Ableitungen interner Zustandsgrößen nach den globalen Freiwerten sind in Abschnitt 6.1.6 definiert. Dagegen werden die lokalen Untermatrizen  $\mathbf{K}_{pl}^e$  numerisch mit dem Finite-Differenzen-Verfahren bestimmt.

### 6.1.5 Lösung lokaler chemischer Reaktionen

Die Modellierung chemischer Reaktionsprozesse erfolgt im Rahmen dieser Arbeit mit den in Abschnitt 4.43 vorgestellten Evolutionsgleichungen, die die Entwicklung des Grades der jeweiligen Reaktion  $\Gamma_{chem}$  beschreiben. Die Lösung der Evolutionsgleichungen, die ein Anfangswertproblem 1. Ordnung darstellen, findet lokal an den Integrationspunkten statt. Somit ist  $\Gamma_{chem}$  eine zusätzliche interne Variable. Für die Lösung des Anfangswertproblems muss die Differentialgleichung analog zu Abschnitt 6.1.4 mit dem impliziten EULER-Verfahren in eine algebraische Gleichung überführt werden. Nach Multiplikation mit  $\Delta t$  und Wahl der Anfangsbedingung  $\Gamma_{chem,t_0} = 0$  folgt das Residuum zu

$$r_{\Gamma_{chem}} = 0 = \Delta \Gamma_{chem} - g(\Gamma_{chem,j+1}) \Delta t_{j+1}. \quad (6.22)$$

Bei Berücksichtigung zusätzlicher Effekte aus z. B. Temperatur oder Feuchte ist Gleichung (6.22) analog zu Gleichung (4.43) zu erweitern. Die Berechnung der Unbekannten  $\Gamma_{chem,j+1}$  am Ende des Zeitschritts  $t_{j+1}$  erfolgt iterativ mit dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren. Sind mehrere chemische Reaktionen, zwischen denen Interaktionen bestehen, gleichzeitig aktiv, ist  $r_{\Gamma_{chem},i}$  für jede Reaktion  $i$  aufzustellen.

### 6.1.6 Lösung der Materialgleichungen der Mechanik

Die Modellgleichungen, die zur Beschreibung des Spannungs-Deformationsverhaltens dienen, sind nichtlineare Differentialgleichungen, die ein Anfangswertproblem darstellen und dessen geschlossene Lösung in der Regel nicht möglich ist. Zur Lösung wird im Rahmen dieser Arbeit das Prädiktor-Korrekturverfahren verwendet. Als Anfangsbedingung sind alle internen Variablen, sofern nicht abweichend angegeben, zu null gesetzt. Mit dem impliziten EULER-Verfahren folgt der inkrementelle Zuwachs der Verzerrungen zum Zeitpunkt  $t_{j+1}$  zu

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_{j+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_j. \quad (6.23)$$

Des Weiteren ist das Inkrement der elastischen Verzerrungen unter Berücksichtigung von Änderungen des Spannungszustandes, der Nachgiebigkeit sowie der Schädigung definiert zu

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{el} = \frac{1}{M_{j+1}^2} \mathbb{F}_{el,j+1} : \Delta \boldsymbol{\sigma} + \frac{2\Delta M}{M_{j+1}^3} \mathbb{F}_{el,j+1} : \boldsymbol{\sigma}_{j+1} + \frac{1}{M_{j+1}^2} \Delta \mathbb{F}_{el} : \boldsymbol{\sigma}_{j+1}. \quad (6.24)$$

Die Integration der Gleichung (5.41) führt auf den inkrementellen Zuwachs der effektiven plastischen Verzerrungen

$$\Delta \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl} = \sum_{i=R, DP} \Delta \lambda_i \frac{\partial Q_i}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{j+1}} . \quad (6.25)$$

Nach Einsetzen von Gleichung (5.53) und (5.62) in (5.52) erhält man den effektiven, inkrementellen Zuwachs der Kriechverzerrungen

$$\Delta \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{cr} = \frac{1}{\Gamma_{hyd,j+1}} \Delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ve} + \Delta t \psi_{\beta} c_1 p S_{j+1}^{p-1} \mathbb{S} : \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{j+1} . \quad (6.26)$$

Der erste Teil beschreibt hierbei den Zuwachs an visko-elastischen Verzerrungen, der aus der DGL 2. Ordnung (5.55) folgt. Nach HAUGGAARD ET AL. [52] ist eine geschlossene Lösung von Gleichung (5.55) möglich, sofern im Zeitinkrement  $\Delta t$  eine lineare Änderung der Spannung vorausgesetzt werden kann. Die inkrementellen visko-elastischen Verzerrungen folgen damit zu

$$\Delta \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ve} = \mathbb{F}_{ve} : \Delta \tilde{\boldsymbol{\sigma}} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{ve}^* . \quad (6.27)$$

Darin sind  $\mathbb{F}_{ve}$  und  $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{ve}^*$  die viskose Nachgiebigkeit und der Gedächtnisterm des KELVIN-Modells, die zu

$$\mathbb{F}_{ve} = \sum_{\mu} \left[ 1 - \frac{\tau_{\mu}}{\Delta t} \left( 1 - \exp \left( -\frac{\Delta t}{\tau_{\mu}} \right) \right) \right] A_{\mu} \mathbb{I} : \mathbb{S} \quad \text{und} \quad (6.28)$$

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{ve}^* = \sum_{\mu} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{\Delta t}{\tau_{\mu}} \right) \right] A_{\mu} \mathbb{I} : \mathbb{S} : \boldsymbol{\sigma}_{\mu, t_i}^d \quad (6.29)$$

definiert sind. Die Spannungsgeschichte ist bei dem verwendeten Vorgehen in den Dämpferspannungen  $\boldsymbol{\sigma}_{\mu, t_i}^d$  enthalten, die als interne Variablen vorliegen und am Ende jedes Zeitinkrementes aktualisiert werden. Somit besteht keine Notwendigkeit die gesamte Spannungsgeschichte zu speichern. Für den inkrementelle Zuwachs der Dämpferspannungen gilt

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}_{\mu, t_i+1}^d = \left( 1 - \exp \left( -\frac{\Delta t}{\tau_{\mu}} \right) \right) \cdot \left( \frac{\tau_{\mu}}{\Delta t} \mathbb{S} : \Delta \tilde{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\sigma}_{\mu, t_i}^d \right) . \quad (6.30)$$

Der zweite Teil in Gleichung (6.26) folgt aus der Mikrovorspannungstheorie und beschreibt den Zuwachs der viskosen Verzerrungen. Die zur Berechnung der Mikro-vorspannung  $S_{j+1}$  erforderliche Integration der Gleichung (5.65) ist analog dem hier gezeigten Vorgehen durchzuführen. Der zur Lösung notwendige Anfangswert  $S_0$  ergänzt den Satz der zu bestimmenden Modellparameter.

Die Gleichungen (6.25) und (6.26) sind in effektiven Größen definiert. Für das Einsetzen der Verzerrungsanteile in die Verzerrungsbilanz ist eine Umrechnung in nominelle Größen erforderlich, die nach

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_i = \frac{1}{(1 - D_{j+1} - \Delta D)} (\Delta \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_{i,j} \Delta D) \quad \text{mit } i \in \{pl, cr\} \quad (6.31)$$

durchgeführt werden kann. Somit folgt die inkrementelle Verzerrungsbilanz zu

$$\mathbf{r}_{\Delta \sigma} = 0 = \Delta \boldsymbol{\varepsilon} - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{el} - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{pl} - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{th} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{sh} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{cr}. \quad (6.32)$$

Auf das Einsetzen der einzelnen Anteile sei an dieser Stelle verzichtet. Im Prädiktorschritt ist aus Gleichung (6.32) unter der Voraussetzung, dass das Inkrement keine plastischen Verzerrungen hervorruft und somit  $\Delta \lambda_R = \Delta \lambda_{DP} = 0$  gilt, die Testspannung  $\boldsymbol{\sigma}_{j+1}^{tr}$  zu bestimmen. Sind beide Versagenshypothesen (5.33) und (5.36) eingehalten, kann eine Aktualisierung der internen Variablen durchgeführt werden. Ist dagegen mindestens eine Versagenshypothese verletzt, wird im folgenden Korrektorschritt eine Projektion des Spannungszustandes auf die Versagensfläche erforderlich. Die iterative Berechnung von  $\Delta \boldsymbol{\sigma}$  und  $\Delta \boldsymbol{\lambda} = [\Delta \lambda_R, \Delta \lambda_{DP}]^T$  erfolgt mit dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren unter Einhaltung der zusätzlichen Nebenbedingungen

$$\mathbf{r}_{\Delta \lambda} = 0 = [F_R(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \eta_{DP}), F_R(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \eta_{DP})]^T. \quad (6.33)$$

Nach der Linearisierung der Residuen nach den gesuchten Größen  $\Delta \boldsymbol{\sigma}$  und  $\Delta \boldsymbol{\lambda}$  erhält man das zu lösende Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta \sigma}^k}{\partial \Delta \boldsymbol{\sigma}} & \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta \sigma}^k}{\partial \Delta \boldsymbol{\lambda}} \\ \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta \lambda}^k}{\partial \Delta \boldsymbol{\sigma}} & \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta \lambda}^k}{\partial \Delta \boldsymbol{\lambda}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \Delta \boldsymbol{\sigma}^{k+1} \\ \Delta \Delta \boldsymbol{\lambda}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{r}_{\Delta \sigma}^k \\ -\mathbf{r}_{\Delta \lambda}^k \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

mit den inkrementellen Zuwächsen  $\Delta \Delta \boldsymbol{\sigma}^{k+1}$  und  $\Delta \Delta \boldsymbol{\lambda}^{k+1}$  im Iterationsschritt  $k + 1$ . Die Iteration endet, sofern die inkrementellen Zuwächse eine definierte Toleranzgrenze unterschreiten.

### Tangentenbestimmung

Das Erreichen einer Konvergenz der globalen Finite-Elemente-Formulierung erfordert eine konsistente Linearisierung des diskretisierten Gleichungssystems. Für die Bestimmung der Untermatrizen  $\mathbf{K}_{ul}^e$  und  $\mathbf{K}_{\lambda l}^e$  sind die totalen Ableitungen der internen Zustandsgrößen  $\boldsymbol{\sigma}$  und  $\boldsymbol{\lambda}$  nach allen globalen Beschreibungsgrößen erforderlich. Die gesuchten totalen Ableitungen können formal in ein Gleichungssystem überführt werden. Für das vorliegende Modell folgt

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta \sigma}}{\partial \Delta \boldsymbol{\sigma}} & \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta \sigma}}{\partial \Delta \boldsymbol{\lambda}} \\ \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta \lambda}}{\partial \Delta \boldsymbol{\sigma}} & \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta \lambda}}{\partial \Delta \boldsymbol{\lambda}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} & \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} & \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial \boldsymbol{\lambda}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} & \frac{\partial \boldsymbol{\lambda}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} & \frac{\partial \boldsymbol{\lambda}}{\partial \mathbf{p}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta \sigma}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} & \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta \sigma}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} & \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta \sigma}}{\partial \mathbf{p}} \\ \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta \lambda}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} & \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta \lambda}}{\partial \mathbf{p}} \end{bmatrix}. \quad (6.35)$$

Die linke Seite entspricht der Tangente aus Gleichung (6.34) und ist mit den aus-iterierten internen Zustandsgrößen zu bestimmen. Auf der rechten Seite stehen die Ableitungen der lokalen Residuen nach den globalen Zustandsgrößen. Das Lösen des Gleichungssystems führt auf die gesuchten totalen Ableitungen, mit denen die lokalen Untermatrizen bestimmt werden können.

### 6.1.7 Lösungsstrategie

Der gewählte Lösungsalgorithmus ist schematisch in Abbildung 6.2 dargestellt. Innerhalb eines globalen Iterationsschrittes sind mit den aktualisierten Knotenfreiwerten

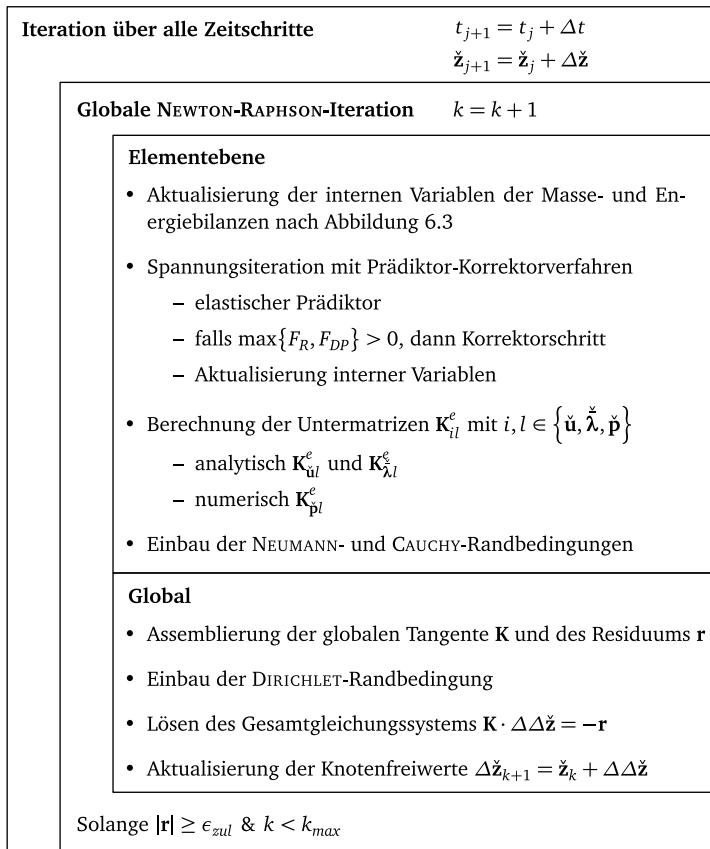


Abbildung 6.2: Schematische Darstellung des Lösungsalgorithmus

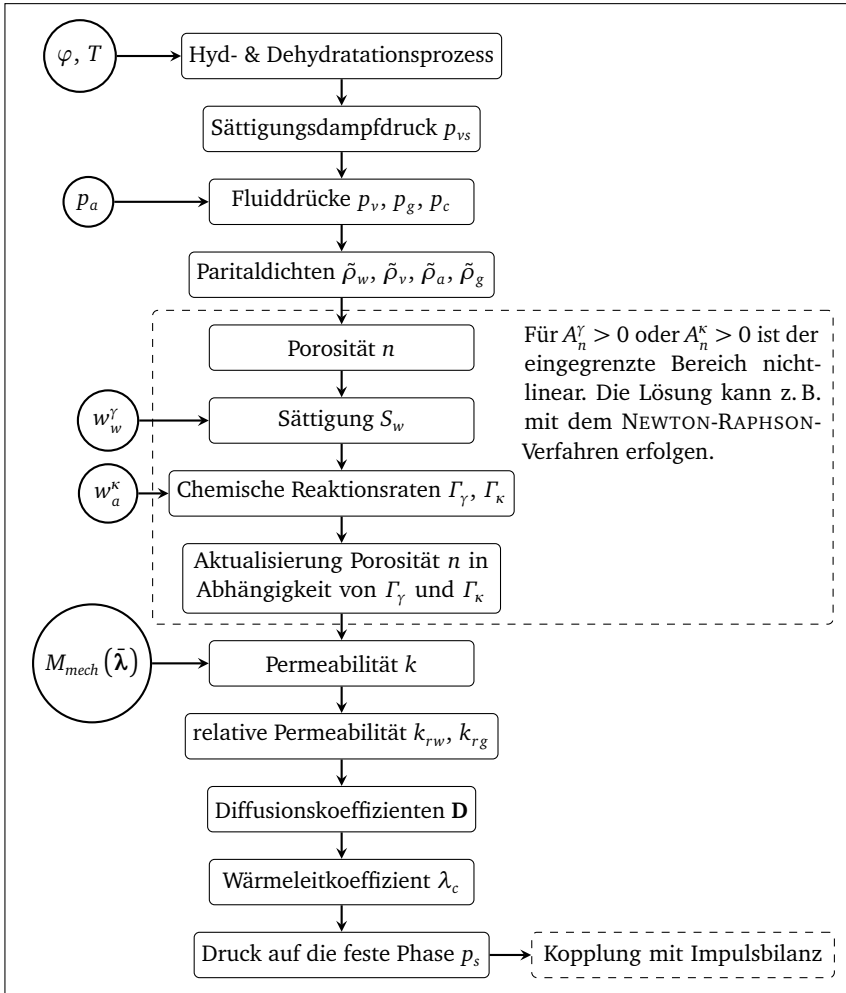


Abbildung 6.3: Lösungsreihenfolge der lokalen Materialmodelle der Masse- und Energiebilanzen sowie der chemischen Reaktionen

zuerst auf Elementebene die internen Variablen der Masse- und Energiebilanzen zu aktualisieren. Die dabei verwendete Abfolge zur Lösung der lokalen Modellgleichungen ist in Abbildung 6.3 dargestellt. Hierbei kennzeichnen die Beschreibungsvariablen auf der linken Seite deren erstmaliges Eingehen in die Berechnung. Mit der Berücksichtigung von Interaktionen zwischen den einzelnen Phasen des porösen Mediums



folgt im Anschluss die lokale Spannungsiteration in der festen Phase. Aufbauend auf den ausiterierten Spannungszuständen können die Materialtangenten bestimmt und die lokalen Untermatrizen aufgebaut werden. Die weiteren Schritte entsprechen der einer gewöhnlichen Finte-Elemente-Formulierung.

## 6.2 Programmtechnische Umsetzung

Die programmtechnische Umsetzung des entwickelten Prognosemodells zur Beschreibung von Alterungsprozessen im Beton erfolgt auf zwei Ebenen. Zunächst wird ein am Institut für Statik der TU Braunschweig bestehendes FE-Programm um das vorliegende Modell erweitert und zur Steigerung der Leistungsfähigkeit parallelisiert. Die in Kapitel 2 entwickelte formale Modellstruktur dient dabei als Grundlage. Die Leitvariablen sind global definiert und stehen somit überall im Modell zur Verfügung. So kann z. B. die mechanische Schädigung, deren Entwicklung mit lokalen, dem Deformationsprozess zugeordneten Materialmodellen beschrieben wird, direkt in die Formulierung der Permeabilität bzw. des Diffusionskoeffizienten einfließen. Damit ist eine Berücksichtigung der beschleunigenden Wirkung der mechanischen Schädigung auf die Transportprozesse möglich.

Den Kern des Prognosemodells zur Beschreibung der Zustandsänderung von Beton infolge der Alterung bilden die Leitprozesse, die global definiert und mit den aufbereiteten Modellgleichungen aus Abschnitt 6.1 verknüpft sind. Entsprechend den vorherrschenden Leitvariablen können dabei unterschiedliche Leitprozesse aktiviert sein. Somit variiert die Anzahl der zu lösenden Bilanzgleichungen je nach betrachteten Alterungsprozessen. Die zusätzlich notwendigen Materialmodelle sind lokal formuliert und werden nur an den Integrationspunkten ausgewertet.

In Abhängigkeit der aktivierten Leitprozesse treten Interaktionen zwischen den Leitprozessen auf. Die Berücksichtigung der Kopplungen zwischen den Reaktions- und Transportprozessen erfolgt global mithilfe entsprechender Quell- und Senkterme. Alle weiteren Kopplungen werden innerhalb der Materialmodelle berücksichtigt und fließen somit indirekt in die Leitprozesse (Bilanzgleichungen) ein.

Übergeordnet wird das Programm PROCON zur Steuerung des Prognosemodells sowie zur Datenhaltung entwickelt. Letzteres erfolgt mithilfe eines integrierten Datenbanksystems, das die Speicherung der gesamten Alterungsgeschichte eines Bauwerks ermöglicht. Als Schnittstelle zwischen ProCon und dem Prognosemodell dienen dabei dessen Eingabe- und Ergebnisdateien. Das gewählte Vorgehen weist eine hohe Effizienz auf, da ein Datenaustausch nur zu Beginn und am Simulationsende erforderlich ist und die Programmstruktur des FE-Programms unverändert bleibt.

Abbildung 6.4 stellt den Programmablauf von PROCON schematisch dar. Zu Beginn der Alterungsanalyse ist neben dem Einlesen der Bauteilgeometrie die Auswahl der

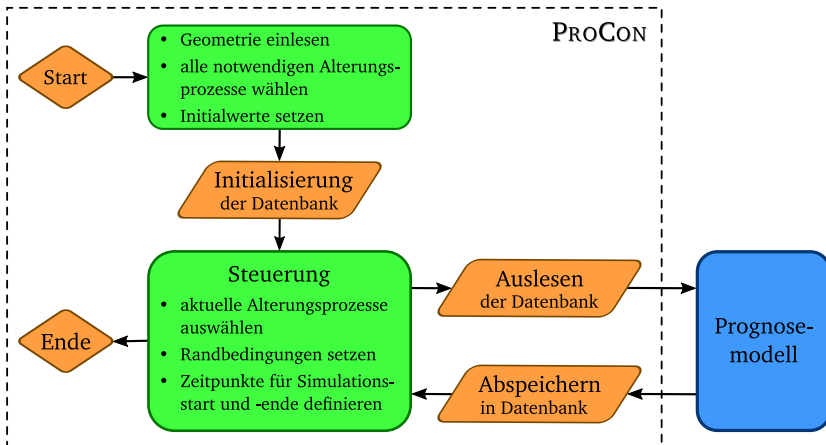


Abbildung 6.4: Schematischer Programmablauf des Programms ProCon

zu untersuchenden Änderungsprozesse erforderlich. Entsprechend der gewählten Prozesse sind für alle beteiligten Leitvariablen und internen Variablen der notwendigen Materialmodelle Initialwerte zu setzen. Mit dem erstellten Datensatz kann die Datenbank initialisiert werden.

Die Steuerung des Prognosemodells gliedert sich in drei Schritte. Zunächst sind die aktuell zu untersuchenden Änderungsprozesse zu wählen und die Randbedingungen zu setzen. Des Weiteren ist die Start- sowie die Endzeit der Prognose zu bestimmen. Entsprechend der zu untersuchenden Änderungsprozesse werden im Steuerungsprogramm die notwendigen Leitvariablen, die zugehörigen Leitprozesse sowie die verknüpften Materialmodelle mit den internen Variablen aktiviert.

Im Anschluss werden die aktuellen Werte der aktivierten Leitvariablen sowie der internen Variablen aus der Datenbank ausgelesen und zusammen mit der Geometrie, den Modellparametern, den Randbedingungen sowie weiteren Steuerungsparametern in die Eingabedateien des Prognosemodells übertragen.

Anschließend wird das Prognosemodell gestartet. Das FE-Programm liest alle Eingabedateien, initialisiert die aktivierten Leitprozesse und Materialmodelle und ermittelt beruhend auf dem in der Datenbank gespeicherten aktuellen Änderungszustand die Zustandsänderung. Nach erfolgreichem Durchlauf des Prognosemodells erfolgt die Speicherung der prognostizierten Änderungen der Leitvariablen sowie der internen Variablen in der Datenbank. Alle deaktivierten Leitvariablen und internen Variablen bleiben während der Simulationszeit konstant. Basierend auf dem ermittelten aktuellen Änderungszustand ist die Analyse weiterer Änderungsprozesse möglich.

## 7 Analyse gekoppelter Alterungsprozesse

Die Anwendung des entwickelten Prognosemodells zur Analyse von Alterungsprozessen, die während der Lebensdauer im Werkstoff Beton auftreten können, wird im folgenden Kapitel vorgestellt. Hierbei stehen die Auswirkungen von zeitgleich oder nacheinander stattfindenden Alterungsprozessen auf das Alterungsverhalten von Beton im Fokus der Untersuchungen. Bei Mitnahme der gesamten Alterungsgeschichte entfällt die Wahl der Anfangsbedingungen. Somit ist eine realitätsnähere Beschreibung der Alterung möglich.

Im ersten Beispiel wird der Einfluss der Alterung infolge des Hydratationsprozesses auf die Depassivierung an einer Betonscheibe untersucht. Hierbei finden aufgrund der geometrischen Abmessungen nur eindimensionale Transportprozesse statt. Anschließend erfolgt im zweiten Beispiel die Analyse des Materialverhaltens einer hochtemperaturbeanspruchten Betonstütze. Dabei finden die Einflüsse aus dem Hydratationsprozess, einer vor dem Brand stattfindenden Karbonatisierung sowie dem Bauteilalter bei Brandbeginn Berücksichtigung. Abschließend wird im dritten Beispiel der Übergangsbereich zwischen einer Stütze und einer Platte untersucht und die Gefahr der Depassivierung prognostiziert.

### 7.1 Alterung einer Betonscheibe

In diesem Abschnitt werden die Alterungsprozesse in einer Betonscheibe analysiert. Im Fokus steht hierbei die Untersuchung des Einflusses des Hydratationsprozesses auf eine nachfolgende Depassivierung infolge Karbonatisierung bzw. von außen eindringendem Chlorid. Als Beispielobjekt dient die in Abbildung 7.1 dargestellte 30 cm dicke Scheibe. Die Deformations- und Transportprozesse finden aufgrund der unendlichen Ausdehnung der Scheibe nur senkrecht zur freien Oberfläche statt. Im Fall gleicher Randbedingungen auf den Ober- und Unterseiten ist bei Ausnutzung der Symmetrie eine Modellierung im ebenen Verzerrungszustand ausreichend. Verformungen sind dabei nur in x-Richtung, senkrecht zur freien Oberfläche, möglich, vgl. Abbildung 7.1. Die Diskretisierung erfolgt mit 80 Elementen und einer Netzverdichtung in Richtung des freien Randes.

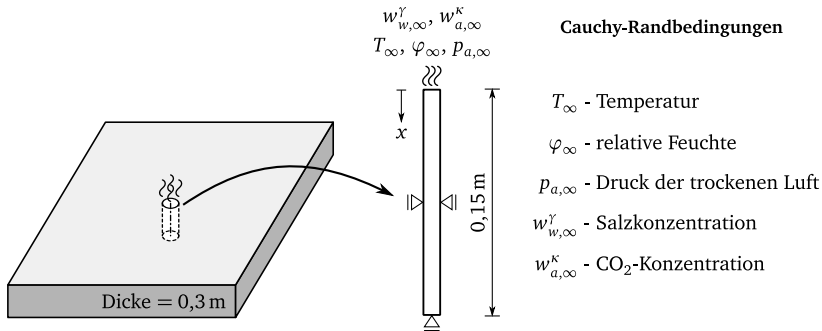


Abbildung 7.1: Geometrie und Randbedingungen

### 7.1.1 Hydratation

Der Lebenszyklus eines Bauteils aus Beton beginnt mit dem Hydratationsprozess zum Zeitpunkt  $t_0 = 0$  h. Für die Simulation sind hierfür die Leitvariablen Verschiebung, mechanische Schädigung, relative Feuchte, Temperatur, Gasdruck, Grad der Hydratation sowie die zugehörigen Leitprozesse und Materialmodelle zu aktivieren. Die Untersuchung erfolgt für die Normalbetone BO 1 und BO 2 sowie für den hochfesten Beton BH 2, die bereits in Abschnitt 4.5.1 vorgestellt sind. Alle notwendigen Modellparameter sind in Tabelle 7.1 zusammengefasst.

Der Verlauf des Alterungsprozesses Hydratation ist neben der Rezeptur und der Beschaffenheit der einzelnen Komponenten maßgeblich von der Art und Dauer der Nachbehandlung abhängig. Eine erfolgreiche Nachbehandlung schützt oberflächen-nahe Bereiche vor Austrocknung. Damit wird einerseits eine mechanische Schädigung der Oberfläche infolge Trocknungsschwinden verhindert. Andererseits führt eine ausreichende Befeuchtung zu einer vollständigen Hydratation und damit zur Ausbildung einer dichten Zementsteinstruktur, die die mechanischen Eigenschaften und die Transporteigenschaften maßgeblich beeinflusst. Die Berücksichtigung unterschiedlicher Nachbehandlungsarten kann im vorliegenden Modell mit Wahl entsprechender Randbedingungen erfolgen.

In den Simulationen werden drei unterschiedliche Fälle der Nachbehandlung betrachtet. Die Nachbehandlungen beginnen nach einer 24-stündigen, bei konstanter Umgebungstemperatur vor Austrocknung geschützten Lagerung. Im Fall A erfolgt eine Befeuchtung der Oberflächen mit Vorgabe der Umgebungsfeuchte von 95 %. Im Fall B und C sind die Witterungsbedingungen für eine Betonage im Sommer bzw. im Winter berücksichtigt. Alle Randbedingungen für die drei untersuchten Fälle sind in Tabelle 7.2 zusammengefasst.

Die Simulationsergebnisse des Hydratationsgrades  $m$ , der Sättigung  $S_w$  und der

	Parameter	Sym.	Einheit	BO 1	BO 2	BH 2
Betonrezeptur	Zement	$z$	$\text{kg}/\text{m}^3$	438,1	274,7	483,9
	Gesteinskörnung		$\text{kg}/\text{m}^3$	1731,3	1912,9	1752,6
	Silicastaub	$s$	$\text{kg}/\text{m}^3$	0	0	48,4
	Wasser	$w$	$\text{kg}/\text{m}^3$	197,3	178,6	145,2
	Trockenrohdichte	$\rho_s$	$\text{kg}/\text{m}^3$	2169,4	2187,6	2284,9
Mechanik	Elastizitätsmodul	$E_\infty$	$\text{MN}/\text{m}^2$	36 500	27 000	40 000
	Querdehnzahl	$\nu$	-	0,20	0,18	0,19
	Zugfestigkeit	$f_{t,\infty}$	$\text{MN}/\text{m}^2$	4,04	2,60	4,6
	Druckfestigkeit	$f_{c,\infty}$	$\text{MN}/\text{m}^2$	49,40	30	70
	Ausrundung	$f_R$	-		0,9	
	Verfestigung Zug	$H_R$	$\text{MN}/\text{m}^2$		1000	
	Verfestigung Druck	$H_{DP}$	$\text{MN}/\text{m}^2$		600	
	Schädigung Zug	$\varepsilon_{t0}, \varepsilon_{tf}$	-		$0, 2 \cdot 10^{-4}$	
	Schädigung Druck	$\varepsilon_{c0}, \varepsilon_{cf}$	-		$0, 2 \cdot 10^{-3}$	
	initiale MVS	$S_0$	$\text{MN}/\text{m}^2$		30	
	MVS-Theorie	$c_1$	$\text{m}^4/\text{MN}^2 \text{ h}$		$1,0 \cdot 10^{-9}$	
		$c_0$	$\text{m}^2/\text{MN h}$		$1,7 \cdot 10^{-4}$	
	Kriechfunktion	$q_2$	$\text{m}^2/\text{MN}$	$187 \cdot 10^{-7}$	$187 \cdot 10^{-7}$	$12 \cdot 10^{-6}$
		$n_c$	-	0,54	0,54	0,68
	Biot-Koeffizient	$\alpha_\infty$	-	0,68	0,68	0,43
Transport	Wärmeleitkoeffizient	$\lambda_{T,d}$	$\text{W}/\text{m K}$	1,85	1,85	1,85
	Permeabilität	$k_0$	$\text{m}^2$	$8 \cdot 10^{-21}$	$4 \cdot 10^{-20}$	$6 \cdot 10^{-22}$
	Diffusionskoef. NaCl	$D_{w,0}^Y$	$\text{m}^2/\text{h}$	$3,6 \cdot 10^{-8}$	$5,6 \cdot 10^{-8}$	n.e.
	Sättigungsfunktion	$w_{m0}$	$\text{kg}/\text{m}^3$	0,035	0,035	0,052
		$a_{S2}$	-	-3,8	-3,8	-4,5
chemische Reaktion	Hydratation	$k_m$	$1/\text{h}$	0,90	0,71	0,72
		$A_m$	-	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$4,4 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-7}$
		$\eta_m$	-	5	5	5
	Endwert Hyd.-Grad	$m_\infty$	-	0,83	0,87	0,57
	Hydratations- bzw. Dehydratationswärme	$Q_z$	$\text{Wh}/\text{kg}$	121,25	124,46	142,20
	max. gebundener Chloridgehalt	$\gamma_{r,\max}$	$\text{kg}/\text{m}^3$	28	28	n.e.
	Chloridbindung	$k_c$	-	0,04	0,04	n.e.

Tabelle 7.1: Modellparameter für die Betone BO 1, BO 2 und BH 2

n.e. - nicht erforderlich

MVS - Mikrovorspannung

Fall	Beschreibung	$\varphi_{\infty}$ [%]	$T_{\infty}$ [K]	$p_{a,\infty}$ [Pa]
A	Befeuchtung	95	293,15	101 325
B	Sommer	50	293,15	101 325
C	Winter	80	278,15	101 325

Tabelle 7.2: Randbedingungen des Hydratationsprozesses

Porosität  $n$  sind in Abbildung 7.2 nach 200 Tagen über die Tiefe  $x$  beginnend an der freien Oberfläche der Scheibe dargestellt und verdeutlichen den starken Einfluss der Umgebungsbedingungen auf den Verlauf des Hydratationsprozesses. Zudem weisen die Ergebnisse der drei untersuchten Betone ähnliche Charakteristika auf.

Die Randbedingungen im Fall A sorgen für eine ausreichende Befeuchtung oberflächen-naher Bereiche und einen optimalen Verlauf des Hydratationsprozesses, sodass nach 200 Tagen die Reaktion im gesamten Querschnitt nahezu vollständig beendet ist.

Im Fall B (Sommer) führen die vorgegebenen Umgebungsbedingungen zu einer Austrocknung der Oberfläche und darunter liegender Bereiche. Als Folge des verringerten Wassergehalts kommt die Hydratationsreaktion im Randbereich vor Erreichen des Endwertes des Hydratationsgrades zum Erliegen. Dagegen ist bei einer Betonage im Winter (Fall C) die niedrige Umgebungstemperatur maßgeblich für die geringe Reaktionsgeschwindigkeit verantwortlich. Die Austrocknung ist zwar im Vergleich zum Fall B geringer, der Endwert des Reaktionsprozesses nach 200 Tagen wird dennoch nicht erreicht.

Für die Betone BO 1 und BO 2 sind die Auswirkungen der Umgebungsbedingungen der Fälle B und C auf den Verlauf der Hydratation bis zu einer Tiefe von ca. 10 cm sichtbar. Dagegen zeigen die Ergebnisse des Betons BH 2 für Fall B und C, dass der Endwert von  $m$  über die gesamte Tiefe nicht erreicht wird. Der Grund hierfür liegt neben den Randbedingungen im geringen  $w/z$ -Wert der Mischung, der auch bei versiegelten Bedingungen zur starken Abnahme der Feuchte führt.

Die Verläufe der Sättigung  $S_w$  und der Porosität  $n$  in Abbildung 7.2 korrelieren sehr stark mit dem Verlauf des Hydratationsgrades, da sowohl die Sättigungsfunktion als auch das hier verwendete Porenmodell in Abhängigkeit vom Hydratationsgrad  $m$  formuliert sind. Die Porosität ist für die untersuchten Fälle B und C im Randbereich am größten und erreicht für die Betone BO 1 und BO 2 in Scheibenmitte den Endwert  $n(m_{\infty})$ . Für den Beton BH 2 und die Fälle B und C ist die Porosität entsprechend dem Hydratationsverlauf im gesamten Querschnitt größer als für Fall A. Die Parameter der Sättigungsfunktion sind für BO 1 und BO 2 gleich gewählt, jedoch ist die Porosität im Beton BO 1 kleiner, sodass sich bei gleichen Randbedingungen ein unterschiedliches Sättigungsniveau einstellt. Im Vergleich zum Normalbeton weist die Sättigungsfunktion für hochfeste Betone, wie bereits in Abschnitt 4.2 diskutiert,

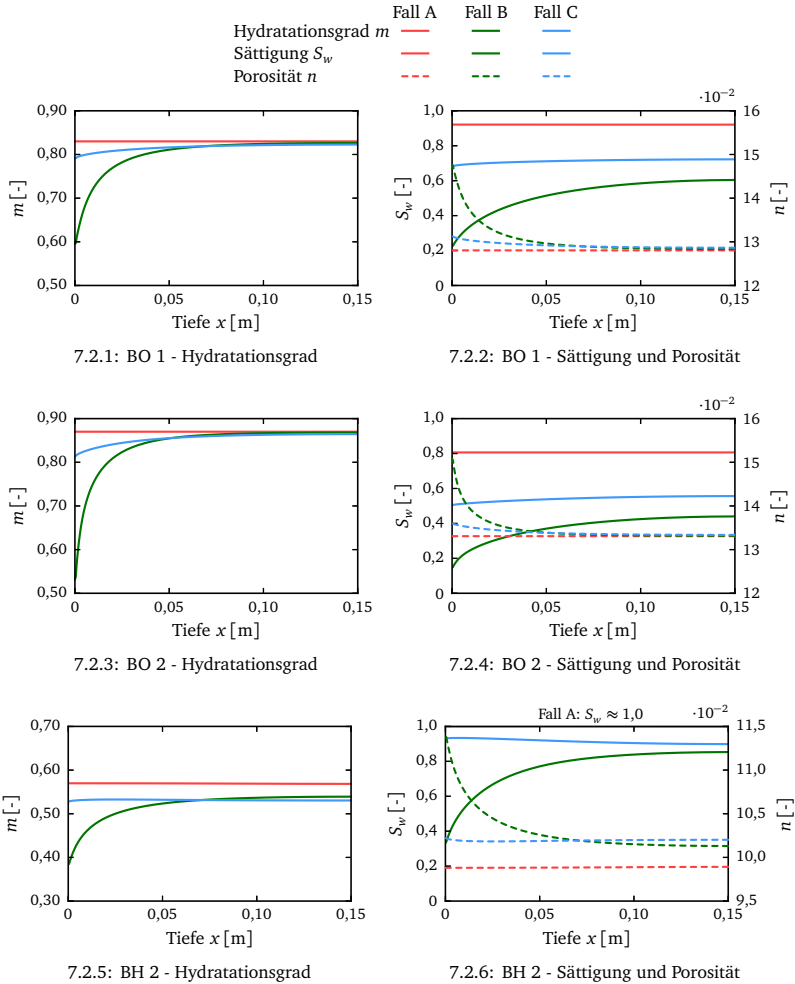


Abbildung 7.2: Ergebnisse des Hydratationsprozesses nach 200 Tagen

auch für  $\varphi < 1,0$  eine nahezu vollständige Sättigung des Porenraums mit Wasser auf. Die Ergebnisse für BH 2 und Fall A bestätigen dies.

Neben den unterschiedlichen Reaktionsfortschritten der untersuchten Hydratationsprozesse führt die infolge thermischer und hygrischer Kopplungen entstehende mechanische Schädigung  $D_{mech}$  maßgeblich zur Alterung des Materials. Die mechanische Schädigungsentwicklung beginnt, sofern die Beanspruchungen die Festigkeit des

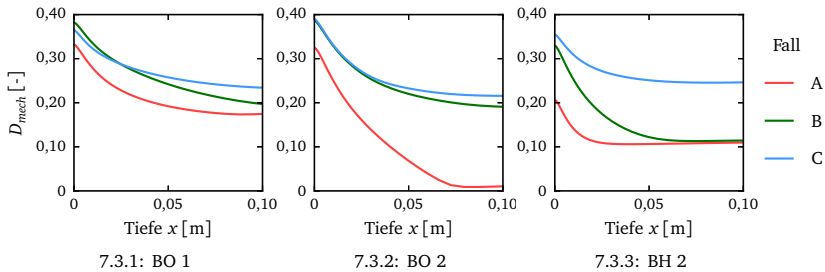


Abbildung 7.3: Mechanische Schädigung nach 200 Tagen

Materials überschreiten. Frühe Beanspruchungen führen dabei schneller zur Schädigung, da sich die Materialfestigkeit in Abhängigkeit der Hydratation entwickelt. In Abbildung 7.3 sind die Verläufe der mechanischen Schädigung der drei untersuchten Betone nach 200 Tagen dargestellt.

Die größte Schädigung tritt für alle drei analysierten Betone für Fall C auf. Eine Ausnahme bildet lediglich der Randbereich für BO 1 und Fall B. Als Folge der geringen Umgebungstemperatur im Fall C und der damit verbundenen stärkeren Austrocknung des Bauteils während der Hydratation sind die thermischen Verzerrungen geringer als in Fall A und B und Zugspannungen treten zu einem früheren Zeitpunkt auf. Die kleinste Schädigung tritt für alle Betone im Fall A auf, da die Austrocknung im Randbereich am geringsten ist.

Die Verläufe der einzelnen Verzerrungsanteile in Scheibenrichtung sind für einen ausgewählten Punkt 2,5 cm unterhalb der Oberfläche für die Simulation BO 1 und Fall B (Sommer) in Abbildung 7.4 gegeben. Aufgrund der gewählten Verformungsbehinderung heben sich hierbei die einzelnen Verzerrungsanteile auf. Während des ersten Tages ist die Entwicklung der Hydratationswärme infolge der hohen Prozessrate am größten und positive thermische Verzerrungen entstehen. Gleichzeitig führt der Wasserverbrauch der Reaktion zu Schwindverzerrungen, die jedoch in den ersten 24 Stunden betragsmäßig kleiner sind als die thermischen Verzerrungen. Als Folge entstehen Druckspannungen und negative elastische Verzerrungen in der Scheibe.

Mit fortschreitender Reaktionsdauer und sinkender Prozessrate nimmt die Wärmefreisetzung ab. Die Umgebungsbedingungen führen zu einer Abkühlung des Bauteils und zum Rückgang der thermischen Verzerrungen. Nach ca. 24 Stunden ist die Summe aus thermischen Verzerrungen und Schwindverzerrungen erstmals negativ, was zu einem Vorzeichenwechsel der elastischen Verzerrungen sowie der Spannungen führt. Überschreiten mit zunehmender Austrocknung die resultierenden Spannungen die Zugfestigkeit des Materials, entstehen, wie im vorliegenden Beispiel nach 30 Stunden, plastische Verzerrungen und die Entwicklung der mechanischen Schädigung setzt ein. Ein weiterer Anstieg der Beanspruchung führt zu einer zusätzlichen Schädigung. Des



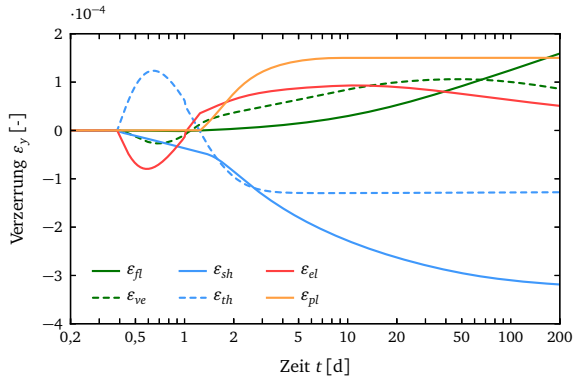
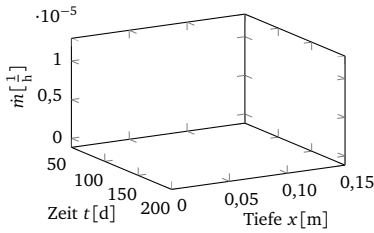


Abbildung 7.4: Zeitliche Entwicklung der Verzerrungen 2,5 cm unterhalb der Oberfläche für Beton BO 1 und Fall B (Sommer)

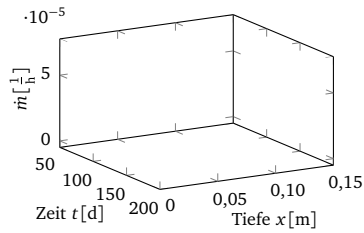
Weiteren ist eine Zunahme der elastischen Verzerrungen nach Einsetzen der Schädigung zu beobachten, die auf einer Festigkeitssteigerung infolge der ablaufenden Hydratation beruht.

Die visko-elastischen Verzerrungen sind während der ersten Stunden weniger stark ausgeprägt und folgen den elastischen Verzerrungen. Erst mit zunehmendem Alter nach ca. 10 Tagen können zusätzliche Beanspruchungen infolge von Schwindverzerrungen von den viskosen Verzerrungen kompensiert werden. Die entscheidenden Faktoren für die Schädigungsentwicklung sind neben den mechanischen Eigenschaften somit der Wassergehalt der Mischung, der Wasserverbrauch und die Wärmefreisetzung der Reaktion sowie die Umgebungsfeuchte und -temperatur.

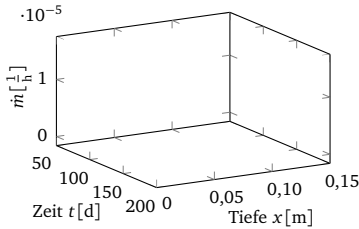
Der Abbindeprozess endet, wenn der Zement vollständig hydratisiert ist bzw. kein benötigtes Wasser mehr vorliegt. Abbildung 7.5 stellt den zeitlichen Verlauf der Reaktionsrate über die Tiefe  $x$  für die untersuchten Betone und die Fälle B und C im Zeitbereich von 50 bis 200 Tagen dar. Im Fall B ist für alle drei Betone die Reaktion in Plattenmitte bereits nach 50 Tagen fast vollständig beendet. Dagegen wird der Endwert der Reaktion im Randbereich aufgrund der Austrocknung noch nicht erreicht. Somit liegen hier die höchsten Reaktionsraten vor. Die Ergebnisse für Fall C zeigen einen entgegengesetzten Reaktionsverlauf. Infolge der geringeren Umgebungstemperatur ist die Temperatur im Querschnitt im Vergleich zum Fall B geringer. Die Reaktion verläuft somit insgesamt langsamer. Aufgrund der starken Auskühlung im Randbereich sind hier die geringsten Geschwindigkeiten zu finden. Mit zunehmender Dauer der Reaktion sinken die Reaktionsraten der analysierten Betone für Fall B und C im gesamten Querschnitt. Nach 200 Tagen sind die Reaktionen fast vollständig abgeschlossen. Die noch vorliegenden Reaktionsraten können als vernachlässigbar klein bewertet werden.



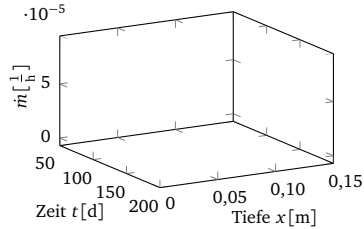
7.5.1: BO 1 - Fall B



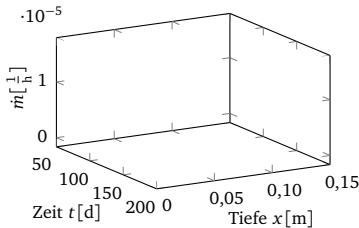
7.5.2: BO 1 - Fall C



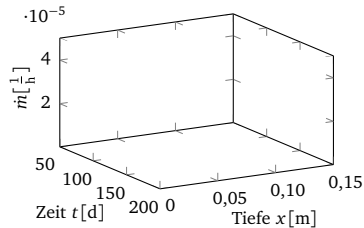
7.5.3: BO 2 - Fall B



7.5.4: BO 2 - Fall C



7.5.5: BH 2 - Fall B

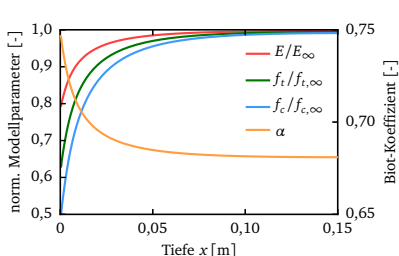


7.5.6: BH 2 - Fall C

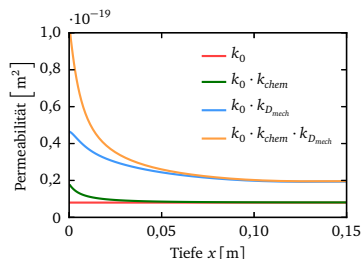
Abbildung 7.5: Verlauf der Rate des Hydratationsprozesses

In den weiteren Simulationen dienen die Ergebnisse der Hydratationsprozesse als Startwerte für die jeweils folgenden Alterungsprozesse. Dabei wird, beruhend auf den zuvor beschriebenen Reaktionsraten, ein nach 200 Tagen beendeter Hydratationsprozess angenommen. Einflüsse nachfolgender Alterungsprozesse können daher unberücksichtigt von Effekten einer Nachhydratation untersucht werden. Das gewählte Vorgehen stellt eine auf der sicheren Seite liegende Betrachtung dar.

Der Einfluss der Alterung während des Hydratationsprozesses auf nachfolgende Alterungsprozesse ist im Wesentlichen auf die sich ausbildende Mikrostruktur zurückzuführen und im vorliegenden Modell in der Formulierung der Modellparameter erfasst. Für BO 1 und Fall B sind in Abbildung 7.6.1 die Verläufe der normierten Modellparameter sowie des Biot-Koeffizienten  $\alpha$  am Ende des Hydratationsprozesses



7.6.1: Modellparameter



7.6.2: Permeabilität

Abbildung 7.6: Verlauf der Modellparameter nach dem Hydratationsprozess über die Tiefe für Beton BO 1 und Fall B

dargestellt. Die in Abhängigkeit des Hydratationsgrades  $m$  definierten Parameter weisen im Randbereich die größten Abweichungen vom endgültigen Wert auf. So erreicht die Druckfestigkeit  $f_c$  an der Oberfläche nur 50 % der Festigkeit  $f_{c,\infty}$  bei vollständiger Hydratation. Der Einfluss der Alterung auf die Transportprozesse ist am Beispiel der von  $D_{mech}$  und  $m$  abhängigen Permeabilität in Abbildung 7.6.2 dargestellt. Die Verläufe zeigen, dass die höhere Permeabilität im Randbereich für den betrachteten Alterungsprozess maßgeblich auf  $D_{mech}$  zurückgeht.

### 7.1.2 Depassivierung infolge Karbonatisierung

Aufbauend auf den Ergebnissen aus Abschnitt 7.1.1 wird im Folgenden der Einfluss des Hydratationsprozesses auf den Verlauf des Alterungsprozesses Depassivierung infolge Karbonatisierung untersucht. Des Weiteren steht die Wechselwirkung zwischen der Karbonatisierung und der Porosität sowie der Einfluss der Witterung, der insbesondere bei Schlagregen ausgesetzten Bauteilen zu beobachten ist, im Fokus des nachfolgenden Abschnitts. Als Materialien werden der Normalbeton BO 1 sowie der hochfeste Beton BH 2 verwendet. Für die Berechnungen sind die Leitvariablen Verschiebung, mechanische Schädigung, relative Feuchte, Temperatur, Gasdruck,  $\text{CO}_2$ -Konzentration im Poren gas, Grad der Karbonatisierung sowie die zugehörigen Leitprozesse und Materialmodelle zu aktivieren. Der Grad des Hydratationsprozesses ist inaktiv und geht als interne Variable in die Materialmodelle ein.

Die Untersuchung des Alterungsprozesses Depassivierung infolge Karbonatisierung erfolgt für vier Szenarien, die sich in der Wahl der Anfangswerte und der Berücksichtigung der mechanischen Schädigung unterscheiden und in Tabelle 7.3 definiert sind. Im Szenario 0, das als Referenzlösung dient, ist ein optimaler Hydratationsprozess vorausgesetzt. In den Szenarien 1 bis 3 sind sowohl der Hydratationsverlauf

Szenario	Startwerte	Einfluss $D_{mech}$
0	Fall A	nein
1	Fall A	ja
2	Fall B (Sommer)	ja
3	Fall C (Winter)	ja

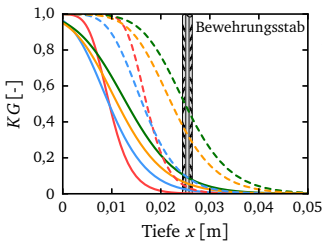
Tabelle 7.3: Szenarien der Untersuchung der Karbonatisierung

als auch der Einfluss der mechanischen Schädigung aus dem jeweils vorangegangenen Hydratationsprozess der Fälle A, B und C berücksichtigt. Während der gesamten Simulationszeit sind konstante Umgebungsbedingungen mit  $\varphi_\infty = 80\%$ ,  $T_\infty = 293,15\text{ K}$ ,  $p_{a,\infty} = 101\,325\text{ Pa}$  sowie der atmosphärischen  $\text{CO}_2$ -Konzentration  $w_{a,\infty}^K = 0,054\text{ M.-%}$  berücksichtigt.

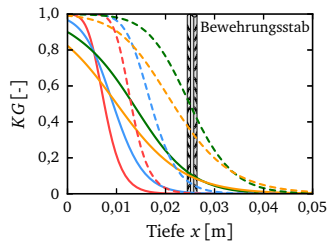
Die Ergebnisse sind für die untersuchten Betone BO 1 und BH 2 nach 25 und 50 Jahren in Abbildung 7.7 dargestellt. Der Einfluss der unterschiedlichen Alterungen ist deutlich sichtbar. Abweichend von der Referenzlösung (Szenario 0) zeigen die Ergebnisse der Szenarien 1 bis 3, dass infolge eines nicht abgeschlossenen Hydratationsprozesses sowie der mechanischen Schädigung das Kohlendioxid schneller in das Bauteil diffundiert. Die Karbonatisierung findet somit auch in größeren Tiefen statt und die charakteristischen Karbonatisierungsfronten verlaufen flacher.

Der Vergleich der beiden Betone zeigt für Szenario 0, dass die Karbonatisierungsfront im BO 1 bereits in einer größeren Tiefe liegt. Grund hierfür ist die im BH 2 feiner ausgebildete Mikrostruktur und die damit geringere Porosität. In den Szenarien 2 und 3 gleichen sich die Verläufe der Karbonatisierungsfronten der beiden Betone infolge der nicht vollständig abgeschlossenen Hydratationsprozesse zunehmend an.

Aus den Ergebnissen aus Abbildung 7.7 kann die Gefahr der Depassivierung des Betons und einer anschließend einsetzenden Korrosion z. B. mit dem von STEFFENS



7.7.1: Karbonatisierungsgrad BO 1



7.7.2: Karbonatisierungsgrad BH 2

Abbildung 7.7: Karbonatisierungsfront nach 25 und 50 Jahren

[93] vorgeschlagenen Bewertungsschema ermittelt werden. Ab  $KG > 0,9$  sinkt der  $\text{ph}$ -Wert auf  $< 9,0$ . Bei gleichzeitig hoher relativer Feuchte besteht Korrosionsgefahr. Nach STEFFENS liegt der untere Grenzwert der relativen Feuchte bei  $\varphi = 0,65$ . Im vorliegenden Beispiel ist der kritische Wert für  $KG$  in der Bewehrungslage bei 2,5 cm auch nach 50 Jahren in keinem Beton und in keinem Szenario erreicht.

### Wechselwirkung zwischen Karbonatisierung und Porosität

Über die abdichtende Wirkung der Karbonatisierung gibt es in der Literatur zahlreiche Aussagen. Ein Konsens besteht darin, dass in Portlandzement-Betonen infolge der Karbonatisierung die Porosität abnimmt. Dagegen zeigen Hochofenzement-Betone gegenteilige Effekte und werden durchlässiger. Die im Rahmen dieser Arbeit gewählte Formulierung der Porosität nach Gleichung (4.66) erlaubt in Abhängigkeit vom Grad der Reaktion  $\Gamma_{K_r}$  mit dem Modellparameter  $A_n^{K_r}$  die Berücksichtigung von verdichtenden und auflösenden Effekten.

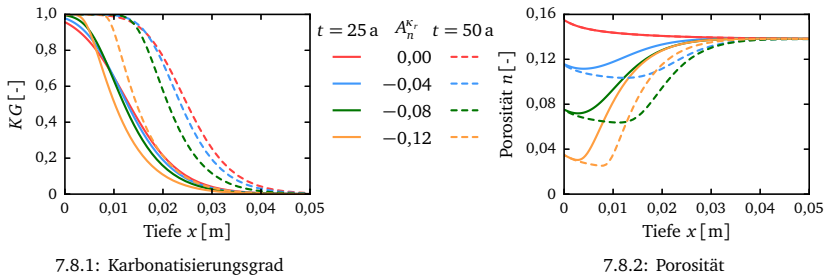


Abbildung 7.8: Wechselwirkung zwischen Karbonatisierung und Porosität

Abbildung 7.8 stellt die verdichtende Wirkung der Karbonatisierung für eine Variation von  $A_n^{K_r}$  dar. Die Simulationen sind mit dem Beton BO 1 und dem Szenario 2 durchgeführt. Die Ergebnisse zeigen, dass die Dichtigkeit des Betons in Abhängigkeit von  $A_n^{K_r}$  zunimmt und somit die Transportprozesse des  $\text{CO}_2$  verlangsamt werden. Infolge der geringeren Eindringtiefe des  $\text{CO}_2$  verläuft die Karbonatisierungsfront steiler.

### Einfluss Witterung

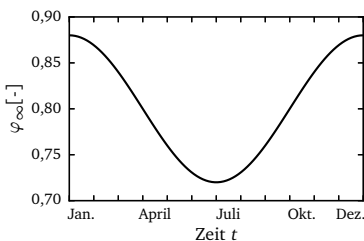
Langzeitversuche zeigen, dass die Karbonatisierung an direkt der Witterung ausgesetzten Oberflächen langsamer verläuft als an Flächen, die vor Schlagregen geschützt sind. Ursächlich hierfür ist die stark abnehmende Transportgeschwindigkeit von  $\text{CO}_2$  bei hoher Bauteilfeuchte, vgl. STEFFENS [94]. Für Modelle, die nur die  $\text{CO}_2$ -Konzentration beschreiben, schlagen z. B. BUNTE [29] und GEHLEN ET AL. [48] daher eine Modifizierung des  $\text{CO}_2$ -Diffusionskoeffizienten in Abhängigkeit der Witterung

vor. In der in dieser Arbeit gewählten Formulierung des effektiven Diffusionstensors ist der Einfluss der Sättigung der Poren mit Porenwasser direkt enthalten.

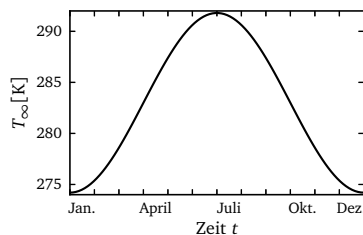
Die Untersuchung des Einflusses der Witterung auf die Karbonatisierung erfolgt anhand des Betons BO 1 und des Szenarios 1 mit Simulationsbeginn im Monat August. Der Verlauf der Witterung kann, da der Transport des Porenwassers mit der Massebilanz für Wasser und Wasserdampf direkt im Modell erfasst ist, über die Vorgabe der Randbedingungen berücksichtigt werden. Auf Grundlage der für die Messstation Braunschweig-Völkenrode vom DEUTSCHEN WETTERDIENST für den Zeitraum von 1961 bis 1990 veröffentlichten monatlichen Mittelwerte werden die Randbedingungen für Umgebungsfeuchte und -temperatur mit harmonischen Verlaufsfunktionen angenähert, die in Abbildung 7.9 dargestellt sind. Die Berücksichtigung des Schlagregens erfolgt mit einem erhöhten Jahresmittelwert von  $\varphi_{\infty} = 90\%$  und der Verlaufsfunktionen nach Abbildung 7.9.1.

Bei Simulationsbeginn liegt im gesamten Querschnitt eine nahezu gleich verteilte Bauteilfeuchte von  $\varphi = 95\%$  vor, da im verwendeten Szenario 1 während der Hydratation die Oberflächen permanent befeuchtet werden, vgl. Sättigungsverlauf in Abbildung 7.2.2. Die im Jahresverlauf wechselnden Umgebungsbedingungen führen zur Befeuchtung und Austrocknung des Bauteils. Dabei beträgt der Jahresmittelwert der relativen Feuchte der Umgebung ohne bzw. mit Schlagregeneinfluss 80 % bzw. 90 %. Aufgrund der im Jahresmittel geringeren Umgebungsfeuchte findet in beiden Fällen die langsame Austrocknung bis zum Erreichen eines Gleichgewichts statt. Nach ca. 5 Jahren beschränkt sich der Einfluss der wechselnden Witterung nur noch auf eine Zone im Randbereich. Diese Zone ist im Fall des Schlagregeneinflusses größer, da die Gleichgewichtsfeuchte infolge der höheren Umgebungsfeuchte schneller erreicht wird. Abbildung 7.10 zeigt die Verteilung der relativen Feuchte im Querschnitt für ausgewählte Monate im 5. Jahr mit und ohne Berücksichtigung des Schlagregeneinflusses.

Die wechselnde Feuchte, insbesondere die hohe relative Feuchte aufgrund des Schlagregens, beeinflusst sowohl die Transportgeschwindigkeit von  $\text{CO}_2$  als auch die Re-

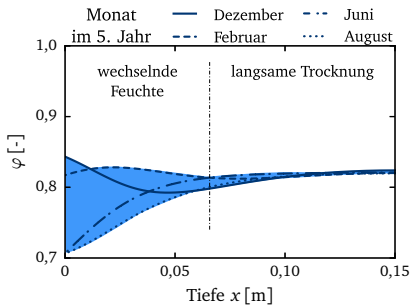


7.9.1: Relative Feuchte ohne Schlagregen

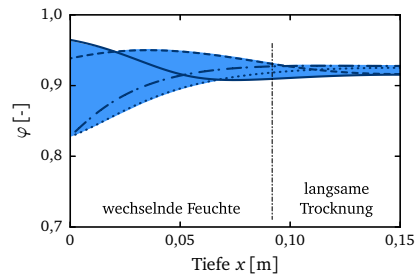


7.9.2: Temperatur

Abbildung 7.9: Witterungsfunktionen für relative Feuchte und Temperatur



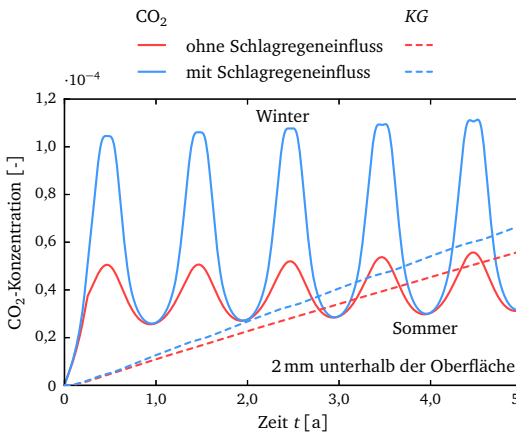
7.10.1: ohne Schlagregeneinfluss



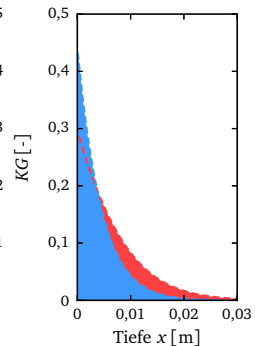
7.10.2: mit Schlagregeneinfluss

Abbildung 7.10: Auswirkungen des Schlagregeneinflusses auf die Feuchteverteilung im Bauteil nach 5-jähriger Bewitterung

aktionsgeschwindigkeit der Karbonatisierung. Die in Abbildung 7.11.1 für einen ausgewählten Punkt in 2 mm Tiefe unterhalb der Oberfläche dargestellten Ergebnisse zeigen eine im Jahresverlauf wechselnde  $\text{CO}_2$ -Konzentration, obwohl die  $\text{CO}_2$ -Konzentration der Atmosphäre konstant ist. Die Schwankungen der Konzentration im Bauteil folgen allein aus der zeitlichen Änderung der Porenwassersättigung. Der Schlagregen führt in den Wintermonaten zur fast vollständigen Sättigung der Poren und zur Reduzierung der Transportgeschwindigkeit von  $\text{CO}_2$ . Als Folge steigt die  $\text{CO}_2$ -Konzentration in den Wintermonaten.



7.11.1:  $\text{CO}_2$ -Konzentration und Karbonatisierungsgrad



7.11.2: Karbonatisierungsfront

Abbildung 7.11: Einfluss des Schlagregens für bzw. nach 5-jähriger Bewitterung

Abbildung 7.11.1 stellt zudem den Einfluss der relativen Feuchte auf die Karbonatisierung dar. Bis zu einer relativen Feuchte von  $\varphi \leq 0,9$  limitiert  $\varphi$  die Reaktionsgeschwindigkeit. Die höhere relative Feuchte während des Schlagregens führt daher zur schnelleren Karbonatisierung. Der Verlauf der Karbonatisierungsfront über die Tiefe des Bauteils ist in Abbildung 7.11.2 nach 5 Jahren mit bzw. ohne Berücksichtigung des Schlagregeneinflusses gegeben. Nahe der Oberfläche ist die Karbonatisierung bei Berücksichtigung des Schlagregeneinflusses aufgrund der höheren  $\text{CO}_2$ -Konzentration weiter fortgeschritten. Ohne Schlagregeneinfluss gelangt das  $\text{CO}_2$  jedoch weiter in das Bauteil und die Karbonatisierung kann in tieferen Lagen stattfinden, sodass sich die Gefahr der Depassivierung in der Lage der Bewehrung erhöht.

### 7.1.3 Depassivierung infolge Chlorid

Die Auswirkungen der Alterung auf die Depassivierung infolge von eindringendem Chlorid stehen im Mittelpunkt der nachfolgenden Berechnungen. Im Einzelnen werden dabei der Einfluss der Alterung infolge der Hydratation auf das Chlorideindringen, der wechselseitige Einfluss von Chloridbindung und Porosität sowie der Einfluss der Karbonatisierung auf das Chlorideindringen untersucht. Hierfür werden die Leitvariablen Verschiebung, mechanische Schädigung, relative Feuchte, Temperatur, Gasdruck, Salzkonzentration im Porenwasser, Grad der Chloridbindung sowie die zugehörigen Leitprozesse und Materialmodelle aktiviert. Der Grad des Hydratationsprozesses ist inaktiv und geht als interne Variable in die Materialmodelle ein. Bei Berücksichtigung der Karbonatisierung sind zusätzlich die Leitvariablen  $\text{CO}_2$ -Konzentration und Grad der Karbonatisierung zu aktivieren. Allen Berechnungen liegt der Beton BO 2 zu Grunde.

#### Einfluss Hydratation

Das erste Beispiel dient zur Untersuchung des Einflusses der Hydratation auf die Depassivierung infolge von eindringendem Chlorid. Hierzu werden die Ergebnisse aus Abschnitt 7.1.1 für Fall A und B als Startwerte für die Berechnung des Chlorideindringens verwendet. Die Umgebungsbedingungen sind mit  $\varphi_\infty = 90\%$ ,  $T_\infty = 293,15\text{ K}$ ,  $p_{a,\infty} = 101\,325\text{ Pa}$  sowie einer 6% igen NaCl-Lösung gewählt und während der einjährigen Simulationsdauer konstant. Für die Beschreibung des diffusiven Salztransports wird nachfolgend  $D_{w,0}^* = 1,6 \cdot 10^{-8}\text{ m}^2/\text{h}$  verwendet. Neben der Variation der Alterungsgeschichte über die Startwerte erfolgt eine Untersuchung des Einflusses der mechanischen Schädigung.

Am Ende des Hydratationsprozesses ist im Fall A eine gleichmäßige Bauteilfeuchte von  $\varphi = 95\%$  vorhanden, siehe Abschnitt 7.1.1. Somit führen die gewählten Umgebungsbedingungen der hier betrachteten Simulation zu einer Austrocknung. Der Salztransport von außen nach innen verläuft daher entgegen der Transportrichtung des Porenwassers. Im Fall B beträgt die Bauteilfeuchte auf dem Rand  $\varphi = 50\%$  und



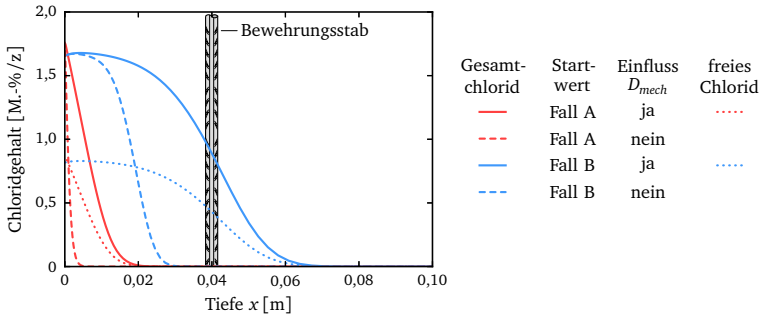


Abbildung 7.12: Chloridgehalt nach einem Jahr

in Bauteilmitte  $\varphi = 74\%$ . Aufgrund der angesetzten Randbedingungen findet daher eine Befeuchtung und somit ein gleichgerichteter Transportprozess von Porenwasser und dem darin gelösten Salz statt, der auch als Huckepack-Transport bezeichnet wird. Der Vergleich der Berechnungsergebnisse ergibt, dass die Transportgeschwindigkeit von Salz in gleichgerichteten Transportprozessen deutlich höher ist. Daher dringt das Salz im Fall B tiefer in das Bauteil ein als im Fall A, wie die Ergebnisse für den Gesamtchloridgehalt in Abbildung 7.12 zeigen. Bei zusätzlicher Berücksichtigung des Einflusses der mechanischen Schädigung  $D_{mech}$  auf die Transportprozesse wird dieser Effekt noch verstärkt.

Die Bewertung der Gefahr der Depassivierung erfordert eine Unterscheidung zwischen Gesamtchlorid und freiem Chlorid, da die Gefahr der Depassivierung allein vom freien Chlorid ausgeht. Überschreitet dieser einen kritischen Grenzwert, setzt die Depassivierung der Bewehrung ein. Bei entsprechenden Sauerstoff- und Feuchteverhältnissen beginnt anschließend der Korrosionsprozess. In der vorliegenden Arbeit wird der kritische freie Chloridgehalt nach STEFFENS [93] zu  $0,25 \text{ M.-%/z}$  gewählt. Für die Berechnungen mit den Startwerten nach Fall B ist nach einjähriger Salzbelastung in der Tiefe der Bewehrung ein Gehalt an freiem Chlorid von  $0,5 \text{ M.-%/z}$  erreicht. Damit besteht die Gefahr der Depassivierung. Dagegen zeigt sich bei den Berechnungen mit Fall A als Startwert, dass das freie Chlorid lediglich bis in eine Tiefe von 2 cm eindringt.

Die Ergebnisse verdeutlichen, dass die Richtung des Porenwassertransports entscheidend für die Eindringtiefe des Chlorids ist. Für eine realitätsnahe Beschreibung der chloridinduzierten Depassivierung sind daher detaillierte Kenntnisse über das Feuchteprofil infolge der gesamten Alterungsgeschichte erforderlich.

### Wechselwirkung zwischen Chloridbindung und Porosität

Im Rahmen dieser Arbeit ist die Chloridbindung mittels einer Sorbtionsisotherme beschrieben. Der Bindungsvorgang findet dabei nur innerhalb der Poren an den Poren-

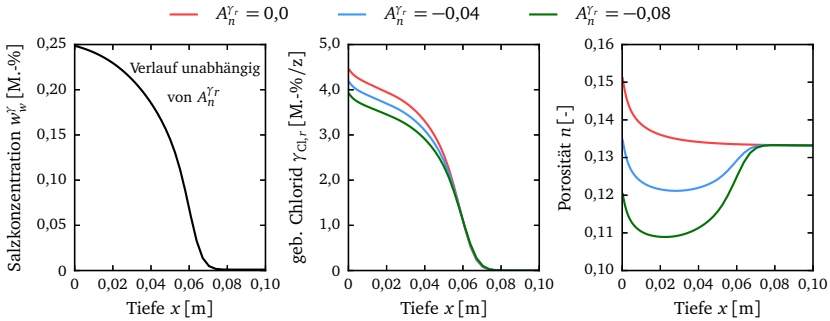


Abbildung 7.13: Einfluss der Chloridbindung auf die Porosität

wänden statt und beeinflusst nicht die Mikrostruktur. Versuche von KONIORCZYK [60] zeigen jedoch, dass die Porosität in Abhängigkeit des Gehalts an gebundenem Chlorid abnimmt. Im vorliegenden Modell wird dieses Phänomen nach Gleichung (4.74) über den Parameter  $A_n^{Yr}$  gesteuert. Die Verläufe der Salzkonzentration der Lösung, des gebundenen Chloridgehalts sowie der Porosität sind für eine Variation von  $A_n^{Yr}$  in Abbildung 7.13 dargestellt. Für die Berechnungen ist die Alterungsgeschichte nach Fall B sowie als Randbedingung eine 25 % ige NaCl-Lösung gewählt. Die Ergebnisse für den gebundenen Chloridgehalt nach einjähriger Salzbeanspruchung zeigen, dass bei gleichbleibender Salzkonzentration der Chloridgehalt für  $A_n^{Yr} < 0$  sinkt, da der Porenraum kleiner wird.

Die Verdichtung des Porenraums infolge der Chloridbindung beginnt an der Oberfläche und reicht nach einem Jahr bis in eine Tiefe von 7 cm, vgl. Abbildung 7.13. Die geringste Porosität ist jedoch nicht an der Oberfläche, sondern in einer Tiefe von 2 cm vorhanden, da die Porosität im Ausgangszustand für  $A_n^{Yr} = 0$  aufgrund der Alterung während der Hydratation an der Oberfläche am größten ist.

### Einfluss Karbonatisierung

Wie die bisher vorgestellten Ergebnisse zeigen, ist die Alterungsgeschichte für den Verlauf des betrachteten Alterungsprozesses von großer Bedeutung. Im abschließenden Beispiel, in dem der Einfluss des Bauteilalters zu Beginn der Chloridbelastung untersucht wird, ist sowohl die Alterung infolge Hydratation für Fall B als auch die Alterung infolge Karbonatisierung berücksichtigt. Als Randbedingungen sind die Witterungsfunktionen nach Abbildung 7.9, die atmosphärische  $\text{CO}_2$ -Konzentration sowie eine 6 % ige NaCl-Lösung, die von der Verlaufsfunktion nach Abbildung 7.14 gesteuert wird, gewählt. Die Simulation startet zum einen in einem Alter von 200 Tagen und schließt somit direkt an den Hydratationsprozess an. Zum anderen wird die Salzlösung erst nach zusätzlicher 25-jähriger Bewitterung mit  $\varphi$ ,  $T$  und  $\text{CO}_2$  aufgebracht. Die Porosität und der freie Chloridgehalt sind in Abbildung 7.15 darge-

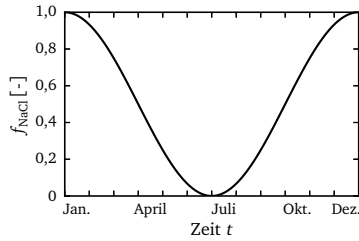


Abbildung 7.14: Jahreszeitlicher Verlauf der Konzentration der NaCl-Lösung

stellt. Nach 25,5 Jahren ist aufgrund der Karbonatisierung die Porosität bereits auf 9 % gesunken. Dies führt zu einer Reduzierung der Transportgeschwindigkeiten und damit zu einem geringeren freien Chloridgehalt.

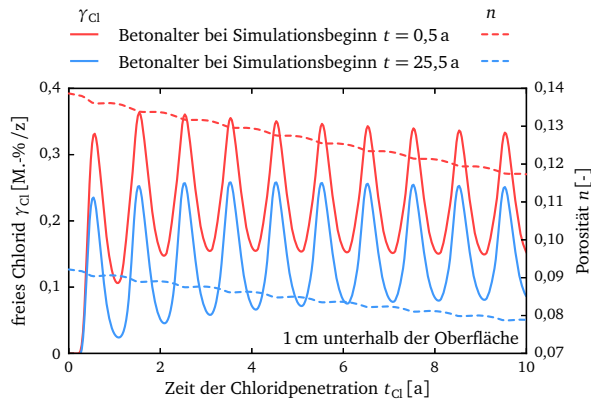


Abbildung 7.15: Einfluss des Betonalters auf das Chlorideindringen

#### 7.1.4 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die vorgestellten Ergebnisse verdeutlichen, dass die Alterungsgeschichte einen wesentlichen Einfluss auf den Verlauf nachfolgender Alterungsprozesse ausübt. Es kann gezeigt werden, dass infolge des Hydratationsprozesses eine Veränderung der Größe und der Beschaffenheit der Porenstruktur sowie eine Entwicklung der mechanischen Schädigung stattfindet. Diese Alterung beeinflusst signifikant die Transporteigenschaften des Materials und somit den nachfolgenden Depassivierungsprozess.

Neben der Beschaffenheit der Struktur des Materials sind die Anfangsbedingungen der Porenfluidverteilungen entscheidend für den Verlauf des anschließenden

Depassivierungsprozesses, da sie die Transportrichtung und -geschwindigkeit der Komponenten der einzelnen Phasen bestimmen.

Anhand der Simulationsergebnisse ist eine Bewertung der Gefahr der Depassivierung möglich. Am untersuchten Beispiel kann gezeigt werden, dass bei Mitnahme realitätsnaher Hydratationsverläufe die Gefahr der Depassivierung merklich steigt. Daher führt die Annahme eines optimalen Hydratationsprozesses zur Unterschätzung der Korrosionsgefahr der Bewehrung.

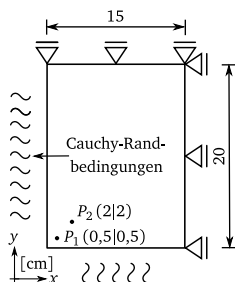
## 7.2 Stützenquerschnitt unter Hochtemperaturbeanspruchung

Hohe Temperaturen führen in Betonbauteilen zu einer Schädigung des Materials. Der Grund hierfür liegt einerseits in der Zersetzung des Zementsteins, die als Dehydratation bezeichnet wird und mit einem Festigkeitsverlust einhergeht. Andererseits können infolge von Zwangsspannungen mechanische Schädigungen in Form von Mikrorissen, sichtbaren Makrorissen oder Abplatzungen an den Oberflächen auftreten.

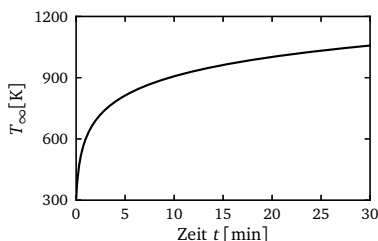
Das Materialverhalten von Beton im Brandfall wird dabei maßgeblich von vorangegangenen Alterungsprozessen beeinflusst. Ursächlich hierfür sind im Wesentlichen Veränderungen der Porenstruktur, der Porenfluidkonzentrationen sowie der mechanischen Eigenschaften. Änderungen der Porenstruktur beeinflussen die darin stattfindenden Transportprozesse. Im Fall hoher Temperaturen ist vor allem der Porengastransport vorherrschend. Reduzierte Transportgeschwindigkeiten aufgrund einer alterungsbedingt dichteren Porenstruktur haben einen Anstieg des Porengasdruckes zur Folge und beschleunigen damit die mechanische Schädigungsentwicklung. Des Weiteren ist die Porengasentwicklung signifikant abhängig von den Porenfluidkonzentrationen bei Brandbeginn.

Änderungen der mechanischen Eigenschaften sind auf Veränderungen der Beschaffenheit des Zementsteins zurückzuführen. Ein nicht vollständig abgeschlossener Hydratationsprozess oder Mikro- bzw. Makrorisse aus einer Vorschädigung führen zu einer verringerten Festigkeit und somit zu einem früheren Einsetzen der mechanischen Schädigungsentwicklung infolge hoher Temperaturen.

Das nachfolgende Beispiel, in dem ein hochtemperaturbeanspruchter Stützenquerschnitt betrachtet wird, dient der Analyse des Einflusses der Alterungsgeschichte auf den Dehydratationsprozess. Die gesamte Alterungsgeschichte, beginnend mit dem Hydratationsprozess, bis zum Eintreten des Brandereignisses ist berücksichtigt. Ein Abschätzen der Anfangsbedingungen für die Porenfluidkonzentrationen kann damit entfallen, da die Startwerte direkt aus der Lösung der vorangegangenen Simulation übernommen werden. Gleiches gilt für die Ausbildung der Porenstruktur sowie für die mechanischen Eigenschaften.



7.16.1: Stützenquerschnitt



7.16.2: Brandraumtemperatur

Abbildung 7.16: Geometrie und Randbedingungen

Die geometrischen Abmessungen sowie die Randbedingungen sind in Abbildung 7.16.1 dargestellt. Die Diskretisierung erfolgt mit  $42 \times 52$  Elementen mit einer Netzverdichtung zu den freien Rändern. In Höhenrichtung der Stütze gilt die Annahme einer vollständigen Verformungsbehinderung. Als Material wird der Beton BO 2 verwendet. Eine detaillierte Übersicht aller Modellparameter gibt Tabelle 7.1, wobei abweichend dazu  $\lambda_{T,d} = 1,4 \text{ W/mK}$ ,  $H_R = 1500 \text{ MN/m}^2$  und  $\varepsilon_{tf} = 4 \cdot 10^{-4}$  gewählt werden. Des Weiteren wird die charakteristische Länge  $l_c = 8 \text{ mm}$  verwendet.

Für die Untersuchung des Einflusses der Alterung auf das Materialverhalten von Beton während einer Hochtemperaturbeanspruchung wird das Bauteilalter bei Auftreten des Brandereignisses variiert. Im nachfolgenden Beispiel finden die Brände in einem Alter von 200 Tagen und 10 bzw. 25 Jahren statt. Des Weiteren wird zwischen Innen- und Außenstütze differenziert, die infolge der Umgebungsbedingungen unterschiedlich altern. Alle bis zum Brandereignis verwendeten Randbedingungen sind in Tabelle 7.4 zusammengefasst. Das einsetzende Brandereignis wird mit der Einheits-temperaturkurve nach Abbildung 7.16.2 beschrieben. Während der Hochtemperaturbeanspruchung bleiben die visko-elastischen und viskosen Verzerrungsanteile in der Beschreibung des Spannungs-Deformationsverhaltens von Beton unberücksichtigt, da aufgrund der kurzen Branddauer deren Einfluss von geringer Bedeutung ist.

Stütztyp	Zeitraum	$T_{\infty}$ [K]	$\varphi_{\infty}$ [%]	$p_{a,\infty}$ [Pa]
alle	0 - 2 d	288,15	versiegelte Lagerung	
Innenstütze	2 d - 25 a	288,15	50	101 325
Außenstütze	2 d - 200 d	288,15	70	101 325
	200 d - 25 a	$T_{\infty}$ und $\varphi_{\infty}$ nach Abbildung 7.10		101 325

Tabelle 7.4: Randbedingungen bis zum Brandereignis

### 7.2.1 Hydratation

Die Alterung der Stütze beginnt mit dem Hydratationsprozess. Für die Berechnungen sind die zugehörigen Leitvariablen und Leitprozesse entsprechend dem in Abschnitt 7.1.1 beschriebenen Vorgehen zu wählen.

Einen wesentlichen Einfluss auf die Alterung während einer Hochtemperaturbeanspruchung haben, wie einleitend beschrieben, das Feuchteprofil, die mechanischen Eigenschaften, insbesondere etwaige Vorschädigungen sowie die Porenstruktur. Für beide Stützen sind daher die Ergebnisse des Hydratationsprozesses nach 200 Tagen in Abbildung 7.17 und 7.18 dargestellt. Der Vergleich zwischen Innen- und Außenstütze zeigt, dass die gewählten Umgebungsbedingungen im Randbereich zu unterschiedlichen Berechnungsergebnissen führen. Die Innenstütze ist im Vergleich zur Außenstütze einer stärkeren Austrocknung ausgesetzt. Daher liegen im Randbereich der Innenstütze eine geringere relative Feuchte sowie ein geringer Hydratationsgrad und somit eine größere Porosität vor. Des Weiteren führt die stärkere Austrocknung zu einer höheren mechanischen Schädigung.

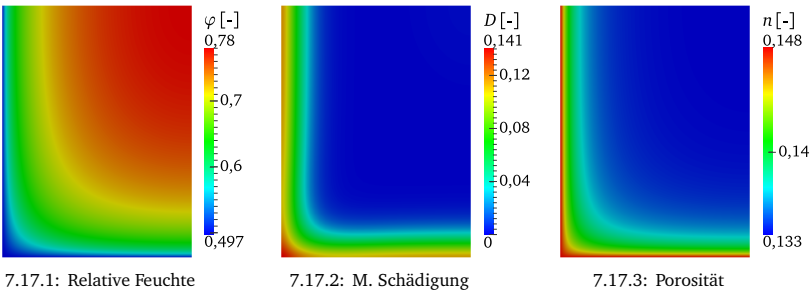


Abbildung 7.17: Alterung der Innenstütze nach 200 Tagen

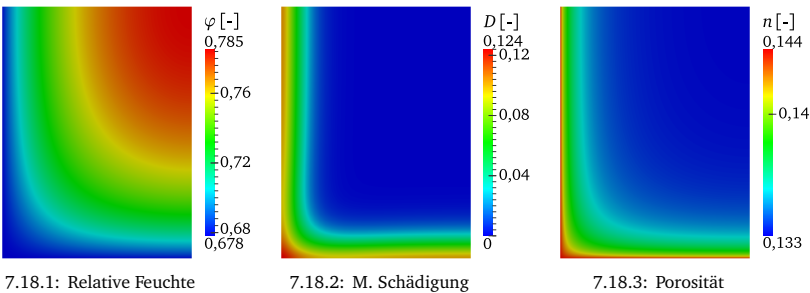


Abbildung 7.18: Alterung der Außenstütze nach 200 Tagen

Im weiteren Verlauf der Berechnung sinkt die Bauteilfeuchte der Innenstütze kontinuierlich weiter, bis ein Gleichgewicht mit der Umgebungsfeuchte erreicht ist. Infolge der anhaltenden Trocknung kommt die Hydratation im gesamten Querschnitt der Innenstütze vorzeitig zum Stillstand. Dagegen liegt in der Außenstütze aufgrund der nach 200 Tagen einsetzenden und im Jahresverlauf wechselnden Witterung ausreichend Wasser vor, sodass eine vollständige Hydratation stattfindet. Als Folge entsteht eine gleichmäßig ausgebildete Porenstruktur.

## 7.2.2 Dehydration

Während einer Hochtemperaturbeanspruchung finden im Beton chemische und physikalische Prozesse statt, die im vorliegenden Modell zum Alterungsprozess Dehydration zusammengefasst sind. Für die Beschreibung können die entsprechenden Leitvariablen und Leitprozesse analog zur Hydratation verwendet werden. Lediglich ein Austausch der Leitvariable und des Leitprozesses der chemischen Reaktion ist vorzunehmen. Der Brandverlauf wird mit der Einheitstemperaturbrandkurve nach Abbildung 7.16.2 vorgegeben. Hierzu sind auf den Bauteilrändern Wärmeströme infolge Konvektion bzw. Strahlung berücksichtigt. Die Wärmeübergangszahl ist für das folgende Beispiel mit  $\alpha_T = 2,5 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$  gewählt. Des Weiteren werden während des Brandes der Wasserdampfdruck und der Druck der trockenen Luft im Brandraum konstant mit  $p_{v,\infty} = 1000 \text{ Pa}$  und  $p_{a,\infty} = 101325 \text{ Pa}$  angenommen. Abbildung 7.19 zeigt die Ergebnisse des Wasserdampfdrucks für die Innen- und Außenstütze an zwei ausgewählten Punkten zusammen mit einer Referenzlösung für ein Brandereignis

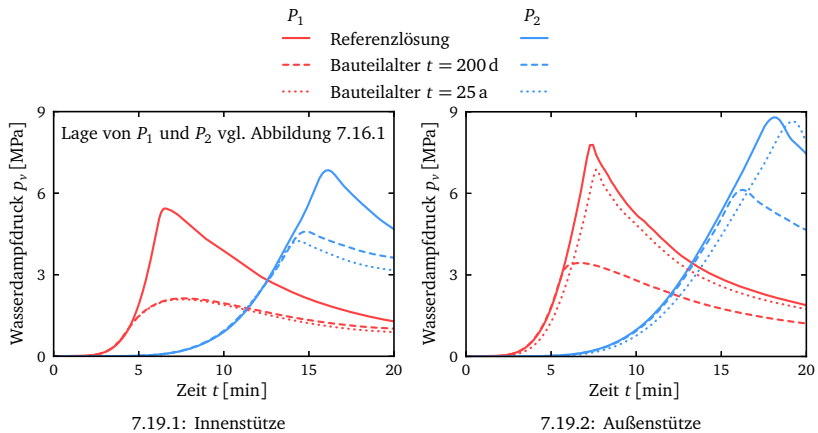


Abbildung 7.19: Einfluss des Alters auf die Entwicklung des Wasserdampfdrucks für Innen- und Außenstütze

nach 200 Tagen und 25 Jahren. Der hierbei verwendeten Referenzlösung liegt bei Berechnungsbeginn ein vollständiger Hydratationsprozess sowie ein ungeschädigtes Material zu Grunde. Als Initialwerte sind  $\varphi_0 = 75\%$ ,  $T_0 = 288,15\text{ K}$ ,  $p_{a,0} = 101\,325\text{ Pa}$  sowie der Hydratationsgrad von  $m = m_\infty = 0,87$  angenommen.

Ein Vergleich der beiden untersuchten Stützenquerschnitte zeigt, dass in der Außenstütze für die drei betrachteten Fälle höhere Wasserdampfdrücke vorherrschen. Der Grund hierfür liegt in der Porenstruktur. Aufgrund der höheren Umgebungsfeuchte im Falle der Außenstütze kann der gesamte Zement hydratisieren. Daher bildet sich im Vergleich zur Innenstütze eine feinere Porenstruktur aus, in der Transportprozesse langsamer stattfinden. Der während der Hochtemperaturbeanspruchung frei werdende Wasserdampf kann somit schlechter entweichen. Ein Anstieg des Wasserdampfdrucks ist die Folge.

Die Referenzlösung weist sowohl in der Innen- als auch in der Außenstütze die höchsten Wasserdampfdrücke auf. Der Grund hierfür liegt neben der optimal ausgebildeten Porenstruktur in der Voraussetzung eines ungeschädigten Materials. Des Weiteren zeigen die Ergebnisse, dass das Bauteilalter der Innenstütze beim Einsetzen des Brandereignisses keine signifikanten Auswirkungen hat, da der Hydratationsprozess infolge der geringen Umgebungsfeuchte vorzeitig zum Stillstand kommt. Dagegen stellen sich in der Außenstütze aufgrund des weiterlaufenden Hydratationsprozesses maßgeblich höhere Wasserdampfdrücke im 25. Jahr ein.

Im Folgenden ist exemplarisch für das Szenario Brand einer Innenstütze im Alter von 200 Tagen eine detaillierte Auswertung der Berechnungsergebnisse gegeben. Hierzu sind in Abbildung 7.20 bis 7.23 die Verteilungen für Temperatur, Wasserdampfdruck, relative Feuchte und Gesamtschädigung nach einer Branddauer von 10, 15 und 20 Minuten dargestellt. Die Entwicklung der Brandraumtemperatur  $T_\infty$  führt zum Aufheizen der Stütze beginnend an der Oberfläche. Die höchste Temperatur von 1000 K entsteht dabei im Bereich der Ecke. Dagegen bleibt im Stützenkern ab einem Oberflächenabstand von 0,1 m die Temperatur nahezu unverändert.

Die hohen Temperaturen nahe der Oberfläche, insbesondere im Bereich der Ecke, bewirken einen starken Anstieg des Wasserdampfdrucks. Grund hierfür ist zum einen der Phasenwechsel von Porenwasser zu Wasserdampf. Zum anderen wird während der Dehydratation, die infolge der steigenden Temperatur einsetzt, zusätzlich das während der Hydratation im Zementstein gebundene Wasser in Form von Wasserdampf freigesetzt. Die Entwicklung des Wasserdampfdrucks ist neben der steigenden Temperatur und der Anfangsfeuchte von der Porenstruktur abhängig, die die Transportgeschwindigkeiten signifikant beeinflusst.

Der Dehydratationsprozess führt zu einer Vergrößerung der Porosität, jedoch findet der Prozess nur oberflächennah statt. Des Weiteren ruft die mechanische Schädigung, die nachfolgend noch diskutiert wird, eine Beschleunigung des Wasserdampftransports und eine Verringerung des Wasserdampfdrucks im Eckbereich hervor, vgl.



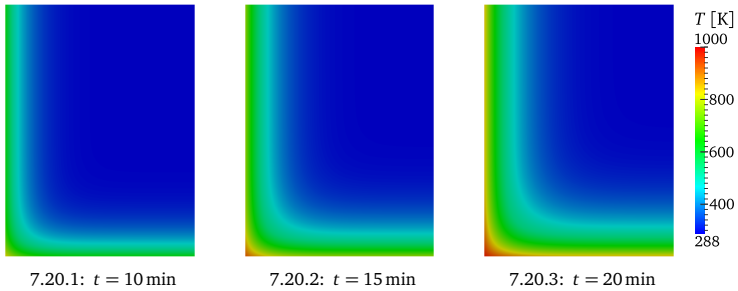


Abbildung 7.20: Temperaturverteilung im Brandverlauf

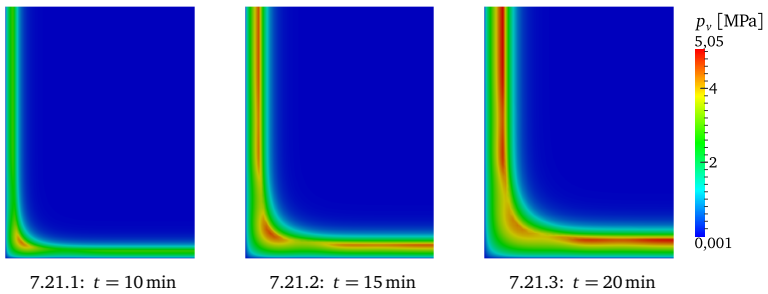


Abbildung 7.21: Wasserdampfdruckverteilung im Brandverlauf

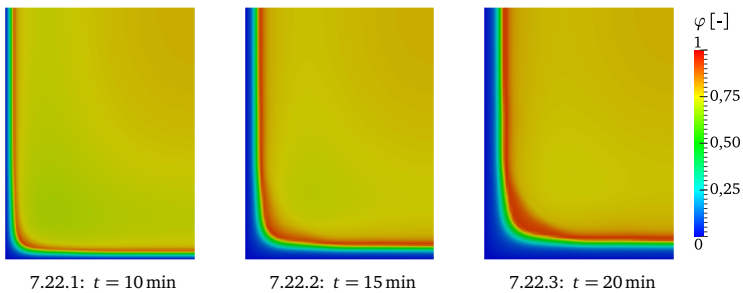


Abbildung 7.22: Verteilung der relativen Feuchte im Brandverlauf

Abbildung 7.21.2 und 7.21.3. Der freigesetzte Wasserdampf hat vor allem im Bereich der Ecke einen schnellen Anstieg der relativen Feuchte und die Ausbildung einer Feuchtefront, die mit fortschreitender Branddauer in Richtung des Stützenkerns wandert, zur Folge. Dagegen führt die Hochtemperaturbeanspruchung zum Austrocknen

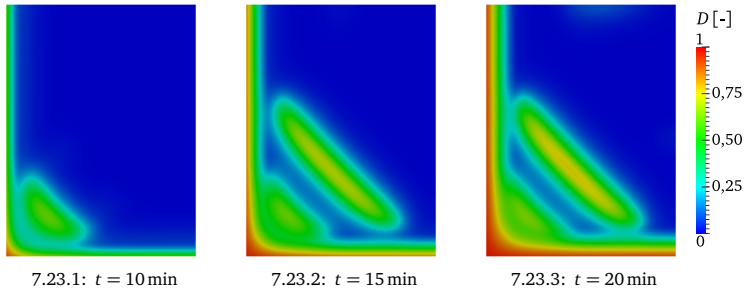


Abbildung 7.23: Gesamtschädigung im Brandverlauf

der Randbereiche.

Abbildung 7.23 zeigt die Entwicklung der Gesamtschädigung für unterschiedliche Zeitpunkte des Brandereignisses. Daneben sind die einzelnen Schädigungsanteile nach 15 Minuten in Abbildung 7.24 gegeben. Die Entwicklung der mechanischen Schädigung aufgrund von Druckbeanspruchungen ist bei der gewählten Geometrie und den zugrunde gelegten Modellparametern vernachlässigbar klein. Mechanisches Versagen findet fast ausschließlich infolge einer Überschreitung der Zugfestigkeit statt. Der Grund hierfür liegt in der ungleichmäßigen Temperaturentwicklung und den damit verbundenen thermischen Verzerrungen, die Zugspannungen im Querschnitt, insbesondere im Eckbereich, erzeugen. Eine Reduzierung der mechanischen Schädigung kann mit Berücksichtigung einer Querkugbewehrung, die in Stahlbetonstützen als Stand der Technik gilt, erfolgen, solange deren Tragfähigkeit infolge der Temperaturbeanspruchung noch gewährleistet ist. Abbildung 7.24.3 zeigt die Verteilung der chemischen Schädigung, die aufgrund der starken Abhängigkeit des Dehydratationsprozesses von der Temperatur analog zur Temperaturentwicklung in Abbildung 7.20 verläuft.

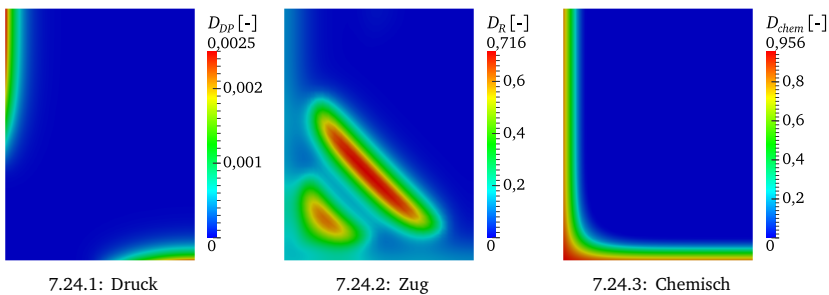


Abbildung 7.24: Schädigungsanteile nach 15 Minuten

## Einfluss der Karbonatisierung

Abschließend wird am Beispiel der Außenstütze zusätzlich zum Hydratationsprozess und den wechselnden Umgebungsbedingungen die Alterung infolge der Karbonatisierung berücksichtigt. Die Berechnungen beginnen im Alter von 200 Tagen und verwenden die Ergebnisse des bereits diskutierten Hydratationsprozesses als Startwerte. Für die Simulationen sind die Randbedingungen entsprechend Tabelle 7.4 sowie die  $\text{CO}_2$ -Konzentration  $w_{a,\infty}^k = 0,054 \text{ M.-%}$  der Atmosphäre gewählt. Das Brandereignis findet nach 10 Jahren statt. Für eine bessere Trennung der Einflussfaktoren ist die Hydratation während der weiteren Alterung deaktiviert und nur die Karbonatisierung als chemische Reaktion aktiv. Ferner wird der verdichtende Effekt der Karbonatisierung auf die Porenstruktur mit einer Variation des Parameters  $A_n^{kr}$  berücksichtigt.

Die Beschaffenheit der Porenstruktur hat einen wesentlichen Einfluss auf das Materialverhalten während des Brandereignisses. Daher sind die Ergebnisse der Porosität für den Stützenquerschnitt nach 10-jähriger Alterung unmittelbar vor dem Brandereignis in Abbildung 7.25 dargestellt. Ohne Berücksichtigung der verdichtenden Wirkung der Karbonatisierung für  $A_n^{kr} = 0$  ist im Randbereich die größte Porosität vorhanden, da aufgrund der Deaktivierung des Hydratationsprozesses keine Änderung der Porenstruktur stattfindet. Dagegen wird bereits mit  $A_n^{kr} = -0,02$  der starke Einfluss der Karbonatisierung im Randbereich sichtbar.

Für alle drei Variationen findet das Brandereignis im Monat August des 10. Jahres statt. Die Beschreibung des Brandverlaufs erfolgt analog zu den vorweg beschriebenen Beispielen mithilfe der Einheitstemperaturbrandkurve. Zusätzlich zum Dehydrationsprozess ist als chemische Reaktion die Dekarbonatisierung berücksichtigt, die zwischen  $600^\circ\text{C}$  und  $950^\circ\text{C}$  stattfindet, vgl. KHOURY ET AL. [58]. Die Beschreibung des Dekarbonisierungsverlaufes erfolgt für  $T \geq T_0 + 600$  vereinfachend mit

$$\Gamma_{\text{dekarb}} = 0,5 \left( 1,0 + \sin \left( \frac{\pi}{2} \left( 1,0 - 2,0 \cdot \exp \left( -\frac{T - T_0 - 600}{125} \right) \right) \right) \right). \quad (7.1)$$

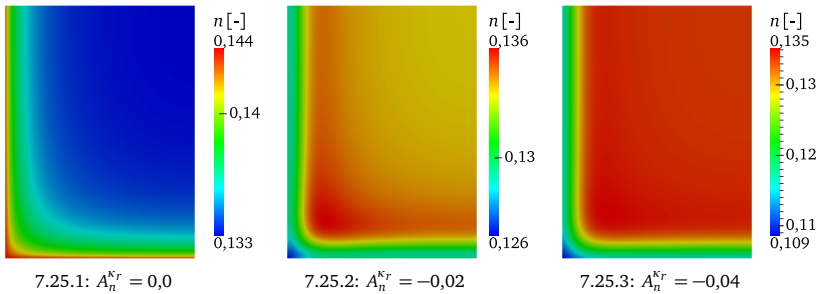


Abbildung 7.25: Porosität infolge Karbonatisierung vor dem Brandereignis

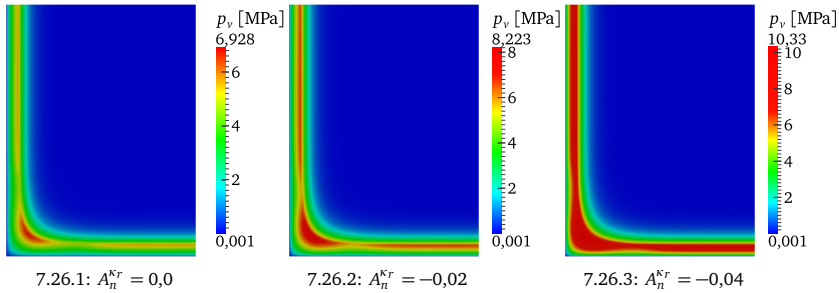


Abbildung 7.26: Wasserdampfdruck nach 15 Minuten

In Abbildung 7.26 ist der Wasserdampfdruck nach 15 Minuten Branddauer dargestellt. Die Berücksichtigung der abdichtenden Wirkung der Karbonatisierung führt zu einem starken Anstieg des Wasserdampfdruckes, da der entstehende Wasserdampf durch den verringerten Porenraum langsamer entweichen kann. Die mit der Wahl von  $A_n^{Kr} = -0,04$  erzielte Verringerung der Porosität um ca. 25 % führt zur Ausbildung einer breiten Gasdruckfront parallel zur Oberfläche und zum Anstieg des Wasserdampfdruckes auf 10,33 MPa. Infolge des höheren Wasserdampfdruckes steigt die Beanspruchung der Porenstruktur. Somit setzt die Entwicklung der mechanischen Schädigung früher ein, wie die Ergebnisse der Gesamtschädigung in Abbildung 7.27 zeigen. Die Folge ist eine Zunahme des Abplatzrisikos.

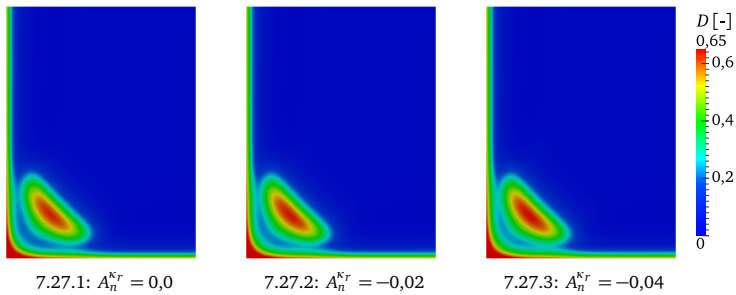


Abbildung 7.27: Gesamtschädigung nach 10 Minuten

### 7.2.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die vorgestellten Ergebnisse zeigen, dass mit dem entwickelten Modell eine realitätsnahe Beschreibung des Materialverhaltens von alterndem Beton infolge einer Hochtemperaturbeanspruchung möglich ist. Zum einen sind im Modell die aufgrund

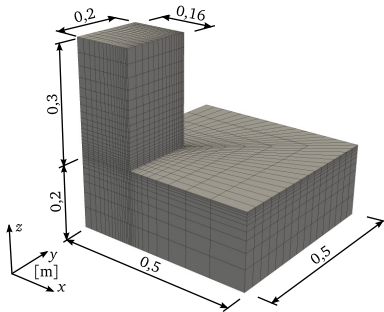
hoher Temperaturen ablaufenden chemischen und mechanischen Prozesse erfasst. Zum anderen erlaubt die Mitnahme der Alterungsgeschichte eine bessere Abbildung des Ausgangszustandes zu Beginn des Brandereignisses, der das Materialverhalten während des Brandereignisses wesentlich beeinflusst. So können infolge der Alterung Vorschädigungen vorhanden sein, die zur Reduzierung der Beanspruchbarkeit des Materials und entsprechend zu einer stärkeren Schädigungsentwicklung im Brandfall führen. In den vorgestellten Ergebnissen hat die Alterung allerdings auch positive Auswirkungen. So findet der Gastransport bei nicht vollständig abgeschlossener Hydratation aufgrund der größeren Porosität schneller statt. Dadurch ist der Anstieg der Porengasdrücke kleiner und die Gefahr von Abplatzungen sinkt. Die Ergebnisse erlauben somit eine bessere Bewertung der Tragfähigkeit von Betonbauteilen während und nach einem Brandereignis.

### **7.3 Alterung des Übergangsbereiches zwischen Stütze und Bodenplatte**

Im abschließenden Beispiel steht die Alterung des Übergangsbereiches zwischen einer Stütze und einer Bodenplatte im Fokus. Dieser stellt zum Beispiel in Parkhäusern und Tiefgaragen einen Schwachpunkt dar, an dem häufig Schäden beobachtet werden, die einer Instandsetzung bedürfen. Der Grund hierfür liegt neben baulicher Mängel während der Planung und Herstellung in der exponierten Lage. Als Folge von regelmäßig stehendem Wasser herrscht eine ständige hohe relative Feuchte am Stützenfuß und auf der Bodenplatte. Des Weiteren liegt hier in den Wintermonaten infolge des Tausalzeinsatzes die höchste Chloridkonzentration vor. Der daraus folgende Alterungsprozess der Depassivierung der Bewehrung steht im Vordergrund des vorliegenden Beispiels.

Ziel der Untersuchung ist die lebensdauerbegleitende Beurteilung der Korrosionsgefahr der Stützen- und Plattenbewehrung auf Grundlage der freien Chloridkonzentration. Hierzu sind sowohl die Witterung und der sich im Jahreszyklus ändernde Salzeintrag als auch die Alterung infolge des vorweggeschalteten Hydratationsprozesses berücksichtigt.

Die gewählten geometrischen Abmessungen unter Ausnutzung der Symmetrie sind in Abbildung 7.28 dargestellt. Die Bodenplatte wird als 1 m x 1 m großes Segment mit umlaufend horizontaler Federlagerung abgebildet. Die Federn ermöglichen zum einen die Modellierung der zur Herstellung verwendeten vertikalen Schalung. Zum anderen ist die Berücksichtigung der Steifigkeit einer unendlich ausgedehnten Platte möglich. Letzteres führt, ohne Berücksichtigung einer Bewehrung zur Aufnahme der Zugspannungen infolge Schwinden, zur Entwicklung großer mechanischer Schädigungen und wird daher nicht verwendet.



Feder	Zeitraum [d]	Steifigkeit [MN/m]
$F_1$	0 - 2	$10^{20}$
	> 2	$10^{-20}$
$F_2$	0 - 60	$10^{-20}$
	> 60	$10^{20}$
$F_3$	0 - 60	$10^{-20}$
	60 - 62	$10^{20}$
	> 62	$10^{-20}$

Federsteifigkeit

Draufsicht

Ansicht Y

Ansicht X

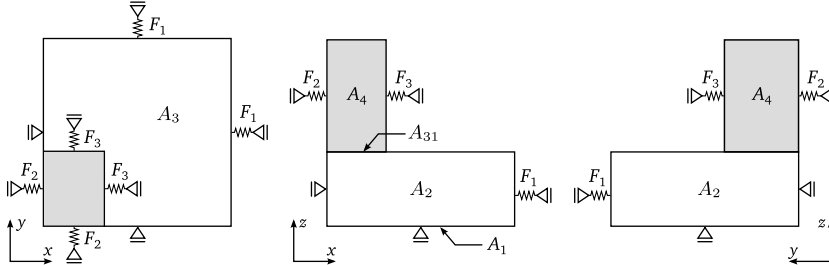


Abbildung 7.28: Geometrie und Randbedingungen

Als Materialien sind für die Platte der Beton BO 2 und für die Stütze der Beton BO 1 gewählt. Alle notwendigen Modellparameter können Tabelle 7.1 entnommen werden. Des Weiteren ist eine Anfangssteifigkeit mit  $m_0 = 0,2$  vorausgesetzt sowie in allen Berechnungen das Eigengewicht mit  $\mathbf{g} = [0, 0, -10]^T \text{ m/s}^2$  berücksichtigt. Ferner erfolgt die nichtlokale Verteilung der Schädigung mit den charakteristischen Längen  $l_c^P = 10 \text{ mm}$  bzw.  $l_c^S = 20 \text{ mm}$  für Platte und Stütze. Abweichend zu Abschnitt 6.1.2 gelten für beide Bauteile die Initialwerte  $T_0 = 291,15 \text{ K}$  und  $\varphi_0 = 98 \%$  sowie der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_T = 8,1 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ .

### 7.3.1 Hydratation

Die Berechnung startet mit dem Hydratationsprozess unter Berücksichtigung des Bauablaufs, vgl. Tabelle 7.5. Die Betonage der Platte beginnt zum Zeitpunkt  $t = 0 \text{ h}$ . In den ersten 48 Stunden ist die Platte allseitig vor Austrocknung geschützt. Im Anschluss wird die Platte ausgeschalt, die Austrocknung der Plattenoberseite setzt ein. Im Alter von 60 Tagen erfolgt die Betonage der Stütze, die bereits nach weiteren 2 Tagen ausgeschalt wird. Eine Vorbehandlung der Arbeitsfuge sowie weitere Nachbehandlungsmaßnahmen sind nicht berücksichtigt.

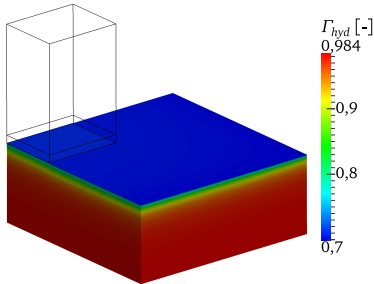
Fläche	Beschreibung	Zeitraum [d]	$T_{\infty}$ [K]	$\varphi_{\infty}$ [%]
$A_1$	Platte - Unterseite	> 0	288,15	-
$A_2$	Platte - Seitenfläche	> 0	291,15	-
$A_3$	Platte - Oberseite	0 - 2	291,15	-
		> 2	291,15	50
$A_{31}$	Arbeitsfuge	0 - 2	291,15	-
		2 - 60	291,15	50
		> 60	-	-
$A_4$	Stütze - Oberflächen	0 - 60	-	-
		60 - 62	291,15	-
		> 60	291,15	50

Tabelle 7.5: Randbedingungen des Hydratationsprozesses

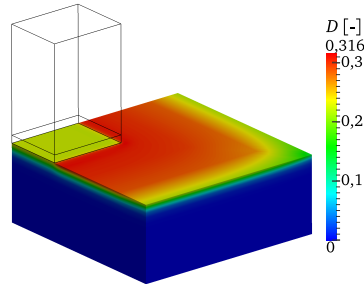
Alle Berechnungen sind am Gesamtmodell durchgeführt, da das verwendete Programmsystem die Möglichkeit einer Aktivierung bzw. Deaktivierung von einzelnen Berechnungsgebieten nicht bereitstellt. Zur Minimierung des Einflusses der Stütze auf den Lastabtrag sind daher während der ersten 60 Tage deren Steifigkeiten sowie die Steifigkeiten der Randfedern der Stütze innerhalb der Symmetrieebene stark reduziert. Die Trennung der Transportprozesse zwischen Platte und Stütze erfolgt mit dem Einbau einer Isolationsschicht im Stützenfuß.

Die Ergebnisse nach 60 Tagen direkt vor der Betonage der Stütze und nach 200 Tagen sind in Abbildung 7.29 dargestellt. Vor der Betonage der Stütze ist im Bereich der Arbeitsfuge die mechanische Schädigung, die infolge der Austrocknung oberflächennaher Bereiche entsteht, kleiner als in den angrenzenden Bereichen der Platte. Daher kann mit dem gewählten Vorgehen der Einfluss der Stütze auf den Lastabtrag nicht vollständig ausgeschaltet werden, vgl. Abbildung 7.29.2. Dagegen ist die gewählte Modellierung der Isolationsschicht erfolgreich und führt zu einem homogenen Hydratationsprozess der Platte, siehe Abbildung 7.29.1.

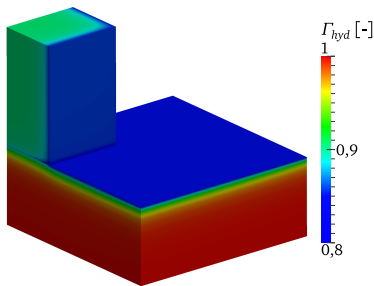
Nach 60 Tagen beginnt der Hydratationsprozess der Stütze. Aufgrund des Feuchtegradienten zwischen Stütze und Platte setzt ein Transportprozess von der Stütze in die Platte ein, der zur Austrocknung des unteren Stützenbereiches führt. Hierdurch wird zum einen die Hydratation im Anschlussbereich der Stütze verlangsamt, zum anderen der Hydratationsprozess in der Platte unterhalb der Stütze begünstigt. Nach 200 Tagen zeigt sich eine nahezu vollständig beendete Hydratation in der Platte. Im Stützenkern ist der Hydratationsprozesses dagegen erst zu 90 % abgeschlossen, wie die Ergebnisse in Abbildung 7.29.3 zeigen. Auf den freien Oberflächen beider Bauteile sowie im Übergangsbereich zwischen Stütze und Platte liegt der kleinste Grad der Hydratation vor, da aufgrund der Austrocknung weniger Wasser für die Hydratation zur Verfügung steht und damit die Reaktionsgeschwindigkeit sinkt.



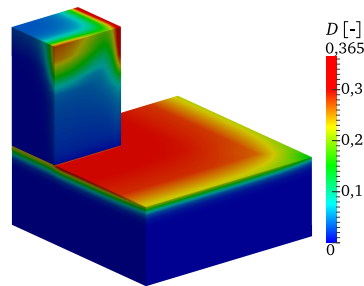
7.29.1: Grad der Hydratation nach 60 Tagen



7.29.2: Schädigung nach 60 Tagen



7.29.3: Grad der Hydratation nach 200 Tagen



7.29.4: Schädigung nach 200 Tagen

Abbildung 7.29: Ergebnisse des Hydratationsprozesses

Die während der Hydratation in der Platte und der Stütze entstehende mechanische Schädigung ist auf oberflächennahe Bereiche begrenzt und folgt in erster Linie aus dem frühen Ausschalzeitpunkt und der geringen Nachbehandlung, vgl. Abbildung 7.29.4. Am oberen Stützenrand tritt eine zusätzliche Schädigung infolge der gewählten Modellierung der Schalung mittels horizontaler Federn auf, die sowohl auf Druck als auch auf Zug wirken. Hierbei ist die Schädigung nur auf den oberen Bereich der Stütze begrenzt, da die anderen Bereiche vom Eigengewicht überdrückt sind. Abhilfe könnte eine Anpassung der Federsteifigkeit sowie die Wahl eines nichtlinearen Federgesetzes zur Berücksichtigung des Ausfalls bei einer Zugbeanspruchung schaffen.

### 7.3.2 Depassivierung

Die nachfolgenden Berechnungen haben die Analyse des Einflusses der Anfangsbedingungen sowie der Umgebungsbedingungen auf den Alterungsprozess Depassivierung infolge Chlorid zum Ziel. Die Untersuchung von Ersterem erfolgt für drei Szenarien, die sich in der Wahl der Startwerte unterscheiden. In den abschließend vorgestellten



Ergebnissen ist zusätzlich eine erhöhte Umgebungsfeuchte, die oftmals am Stützenfuß vorherrscht, berücksichtigt.

### **Einfluss der Anfangsbedingungen**

Die untersuchten Szenarien sind in Tabelle 7.6 definiert. Szenario 1 verwendet als Startwerte die Ergebnisse aus dem vorgestellten Hydratationsprozess. Dagegen haben Szenario 2 und 3 keine Alterungsgeschichte. Sie dienen als Referenzlösung, in denen eine vollständige Hydratation und ein ungeschädigtes Material vorausgesetzt sind.

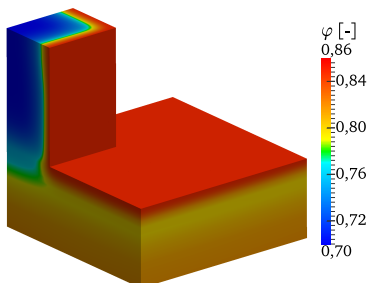
Szenario	Startwerte
1	Hydratationsprozess
2	keine Alterungsgeschichte $\varphi_0 = 80\%$ , $T = 291\text{ K}$ und $m = m_\infty$
3	wie Szenario 2, jedoch mit $\varphi_0 = 70\%$

Tabelle 7.6: Untersuchte Szenarien der Depassivierung

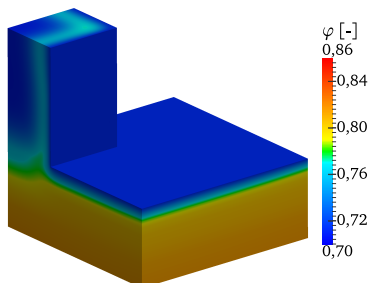
Die Berechnungen starten nach 200 Tagen. Der betrachtete Zeitraum beträgt 25 Jahre. Für die Simulationen wird das vollständige Modell inklusive aller Kopplungen verwendet. Die hierfür notwendigen Leitvariablen und Leitprozesse sind analog zu Abschnitt 7.1.3 gewählt.

Als Randbedingungen sind in allen Szenarien sowohl die sich im Jahreszyklus ändernde Witterung mit den Funktionen aus Abbildung 7.9 als auch eine Tausalzbelastung auf den Platten- und Stützenoberflächen während der Wintermonate berücksichtigt. Letztere ist über die Höhe linear abnehmend und mit der Verlaufsfunktion nach Abbildung 7.14 modelliert. Die maximale Tausalzkonzentration wird in den Wintermonaten mit 4 M.-% der Lösung erreicht. Bezogen auf eine Eisschicht mit einer Dicke von 1 mm entspricht dies einer Menge von 40 g/m<sup>2</sup> Streusalz. Des Weiteren wird in allen Berechnungen die CO<sub>2</sub>-Konzentration der Atmosphäre angesetzt.

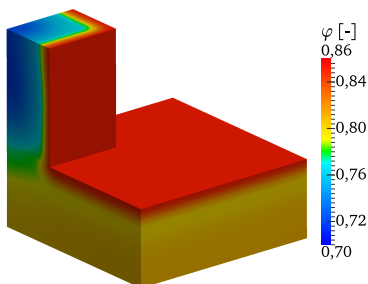
Nachfolgend werden die Ergebnisse von Szenario 1 detailliert vorgestellt und diskutiert. Abbildung 7.30 zeigt die Verläufe der relativen Feuchte zu unterschiedlichen Zeitpunkten. Nach dem erstem Winter zeigen sich noch deutliche Unterschiede zwischen den Feuchteverhältnissen in Stütze und Platte. Diese sind auf die unterschiedlichen Alterungen während der Hydratation, bedingt durch die verschiedenen Betonrezepturen, zurückzuführen. Der höhere Zementgehalt im Beton BO 1 der Stütze führt zu einem höheren Wasserverbrauch während der Hydratation. Somit liegt hier nach 200 Tagen eine kleinere relative Feuchte als in der Platte vor. Mit zunehmendem Alter stellt sich einerseits ein Feuchtegleichgewicht zwischen Platte und Stütze und



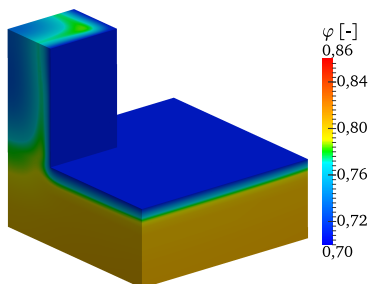
7.30.1: Februar des 2. Jahres



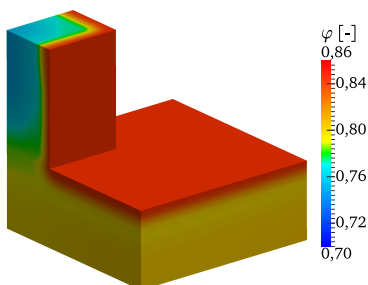
7.30.2: August des 2. Jahres



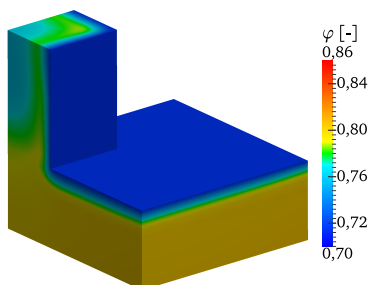
7.30.3: Februar des 6. Jahres



7.30.4: August des 6. Jahres



7.30.5: Februar des 11. Jahres

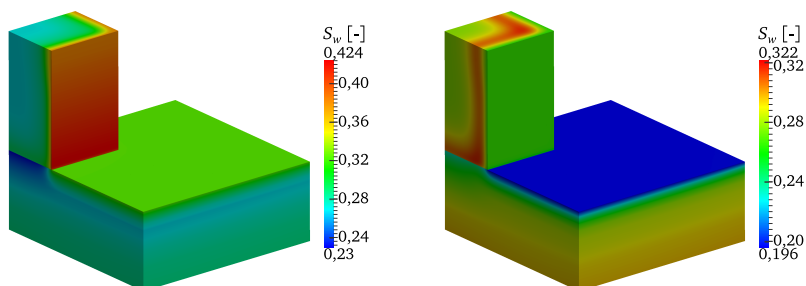


7.30.6: August des 11. Jahres

Abbildung 7.30: Relative Feuchte während der Alterung für Szenario 1

andererseits zwischen den Bauteilen und der Umgebungsfeuchte ein. Nach etwa 10 Jahren ist das Gleichgewicht in den Bauteilen nahezu erreicht. Im Anschluss beeinflussen die wechselnden Umgebungsbedingungen nur noch oberflächennahe Bereiche.

Neben der relativen Feuchte zeigt der Verlauf der Sättigung die Einflüsse der unter-



7.31.1: Februar des 2. Jahres

7.31.2: August des 2. Jahres

Abbildung 7.31: Sättigung im zweiten Jahr für Szenario 1

schiedlichen Materialien und deren Alterung. Vergleicht man die relative Feuchte und die Sättigung, die in Abbildung 7.30.1 bzw. Abbildung 7.31.1 für den Februar des 2. Jahres dargestellt sind, so liegt eine gleiche relative Feuchte an den Oberflächen beider Bauteile sowie in der Arbeitsfuge zwischen Stütze und Platte vor. Jedoch zeigt die Stütze sowohl nahe der freien Oberfläche als auch in der Arbeitsfuge eine deutlich höhere Sättigung. Als Ursache hierfür kann die Porosität der Betone benannt werden, die bei gleichem Hydratationsfortschritt im BO 1 kleiner ist als im BO 2.

Die unterschiedliche Sättigung der Porenstruktur beeinflusst wiederum den Transport von Salz und  $\text{CO}_2$ . Einerseits variiert der Salz- bzw.  $\text{CO}_2$ -Gehalt in beiden Materialien bei gleicher Konzentration und relativer Feuchte. Andererseits führen die verschiedenen Porensättigungen zu differierenden Transportgeschwindigkeiten.

Abbildung 7.32 zeigt den Gesamtchloridgehalt für das Szenario 1 zu unterschiedlichen Zeitpunkten. Die äußere Tausalzlösung bewirkt in den Wintermonaten einen Anstieg der Chloridkonzentration im Bauteil. Im Monat Februar liegt der maximale Gesamtchloridgehalt an der Oberfläche des Stützenfußes vor, der entsprechend der gewählten Randbedingung über die Höhe abnimmt. Der Chloridgehalt in der Platte ist bei gleichen Randbedingungen aufgrund der geringeren Sättigung in der Platte kleiner. Im Frühjahr und Sommer sinken die Umgebungsfeuchte und die äußere Salzkonzentration. Die Transportprozesse von Feuchte und Salz wechseln ihre Richtung, da der Wasser- und der Salzhaushalt ein Gleichgewicht mit den Umgebungsbedingungen anstreben. Als Folge sinkt der freie und der gebundene Chloridgehalt in oberflächennahen Bereichen.

Die Karbonatisierung findet im vorliegenden Beispiel nur oberflächennah statt und nimmt keinen Einfluss auf den Depassivierungsprozess der tiefer liegenden Bewehrung. Daher wird hier auf eine Diskussion der Ergebnisse für den  $\text{CO}_2$ -Transport sowie die Karbonatisierung verzichtet.

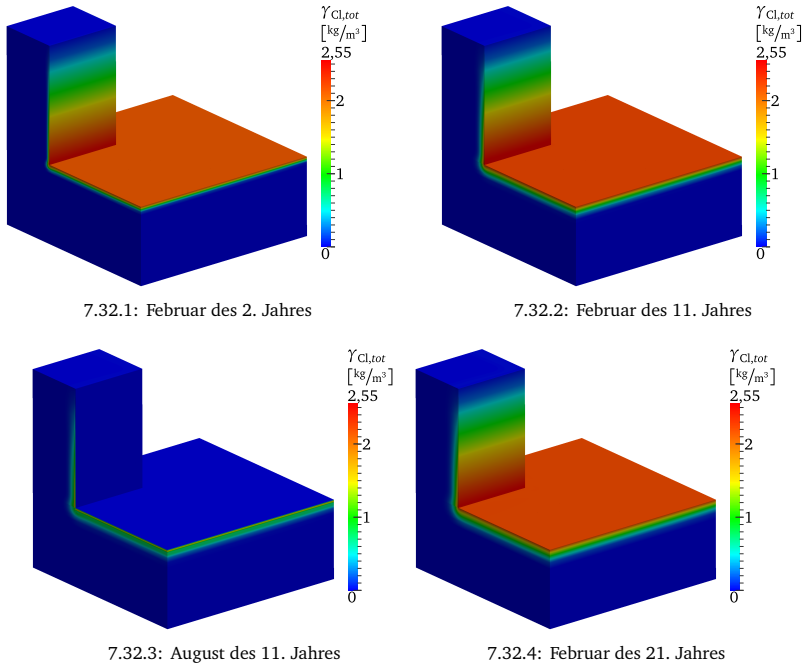
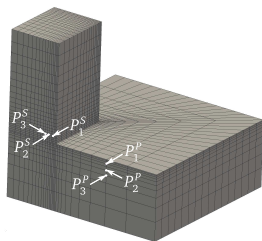


Abbildung 7.32: Gesamtchloridgehalt während der Alterung für Szenario 1

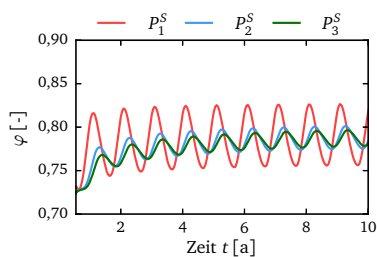
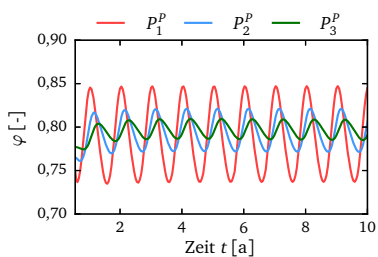
Für eine detaillierte Auswertung der zeitlichen Entwicklung der Ergebnisse sind jeweils drei Punkte in der Platte und in der Stütze ausgewählt, deren Lage und Oberflächenabstand in Abbildung 7.33.1 und 7.33.2 gegeben sind. Aufgrund der verwendeten Diskretisierung sind die Oberflächenabstände der Punkte in Platte und Stütze nicht identisch. Bei einem direkten Vergleich der Ergebnisse ist dies zu beachten. Abbildung 7.33 zeigt die Verläufe der relativen Feuchte, der Salzkonzentration und des freien Chloridgehalts in den ausgewählten Punkten. Zu Berechnungsbeginn liegt, wie oben bereits diskutiert, in der gesamten Stütze aufgrund des höheren Wasserverbrauchs während der Hydratation eine geringere relative Feuchte vor, vgl. Abbildung 7.33.3 und 7.33.4. Die gewählten Randbedingungen rufen einen dem Feuchtegradienten entgegen gerichteten Transportprozess hervor, der für einen raschen Anstieg des Mittelwerts der relativen Feuchte in der Stütze sorgt. In der Platte findet dagegen nur eine leichte Anhebung des Jahresmittelwertes der relativen Feuchte statt. Jedoch sind die Schwankungen infolge der sich im Jahreszyklus ändernden Umgebungsfeuchte in der Platte, aufgrund der höheren Durchlässigkeit im Vergleich zur Stütze, stärker ausgeprägt.



Punkt	Abstand [cm]
$P_1^P$	1,3
$P_2^P$	3,3
$P_3^P$	4,9
$P_1^S$	1,2
$P_2^S$	3,0
$P_3^S$	3,7

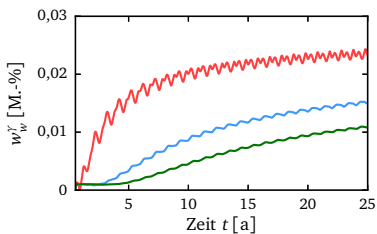
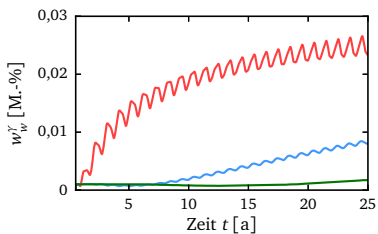
7.33.1: Auswertungspunkte

7.33.2: Oberflächenabstand



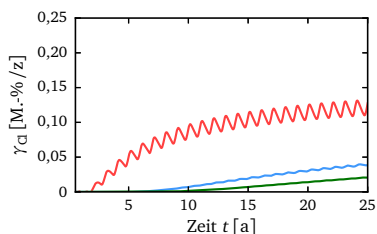
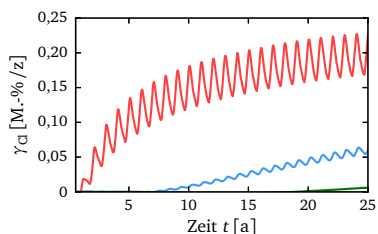
7.33.3: Relative Feuchte in  $P_i^P$

7.33.4: Relative Feuchte in  $P_i^S$



7.33.5: Salzkonzentration in  $P_i^P$

7.33.6: Salzkonzentration in  $P_i^S$



7.33.7: Freier Chloridgehalt  $P_i^P$

7.33.8: Freier Chloridgehalt in  $P_i^S$

Abbildung 7.33: Auswertung an ausgewählten Punkten für Szenario 1

Mit dem Transport von Porenwasser gelangen auch die darin gelösten Salze ins Bauteil. Der Salztransport innerhalb der Stütze weist dabei entsprechend dem bereits beschriebenen Porenwassertransport im Vergleich zum Salztransport in der Platte eine höhere Geschwindigkeit auf. Daher ist die Salzkonzentration  $w_w^s$  in tieferen Bereichen in der Stütze höher, vgl. Punkte  $P_2^s$ ,  $P_3^s$  und  $P_2^p$ . Bei der Gegenüberstellung der Ergebnisse der Punkte  $P_1^p$  und  $P_1^s$ , die in einem Oberflächenabstand von 1,3 cm bzw. 1,2 cm liegen, kann dagegen eine geringfügig höhere Salzkonzentration in der Platte beobachtet werden. Die Gefahr der chloridinduzierten Depassivierung geht allein vom freien Chlorid aus. Nach STEFFENS [93] liegt der Grenzwert für den freien Chloridgehalt bezogen auf den Zementgehalt bei 0,25 M.-%/z. Oberhalb des kritischen Wertes besteht bei ausreichender Feuchte von  $\varphi > 50\%$  Korrosionsgefahr. Aufgrund des im Vergleich zum Beton BO 1 geringen Zementgehalts in BO 2 besteht bei gleichem freien Chloridgehalt in der Platte eine größere Depassivierungsgefahr, vgl. Abbildung 7.33.7 und 7.33.8. Der kritische Wert der freien Chloridkonzentration ist jedoch in beiden Bauteilen nicht erreicht.

### Vergleich der Szenarien

Das bisher untersuchte Szenario 1 beruht auf den Ergebnissen des simulierten Hydratationsprozesses. Ist der Alterungszustand dagegen, wie in den Szenarien 2 und 3, unbekannt, sind die Anfangsbedingungen abzuschätzen. Wie in Tabelle 7.6 dargestellt, sind für die Szenario 2 und 3 die Startwerte  $\varphi_0 = 80\%$  bzw.  $\varphi_0 = 70\%$  gewählt. Die unterschiedlichen Anfangsfeuchten beeinflussen signifikant den Salztransport in den ersten Jahren, wie die Ergebnisse in Abbildung 7.34 zeigen.

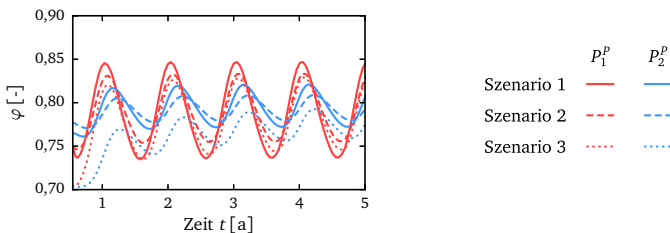
In Szenario 3 ist die gewählte Anfangsfeuchte im Bauteil geringer als die angesetzte Umgebungsfeuchte. Daher findet eine stärkere Befeuchtung statt, die mit der Zeit zu einem Anstieg des Jahresmittelwertes der relativen Feuchte, auch im tiefer liegenden Punkt  $P_2^p$ , führt. Dagegen sind in Szenario 1 und 2 die Unterschiede zwischen den Startwerten der relativen Feuchte und der Umgebungsfeuchte kleiner, sodass der einsetzende Feuchtetransport fast ausschließlich aus der sich im Jahreszyklus ändernden Umgebungsfeuchte hervorgerufen wird. Die Ergebnisse für die Szenarien 2 und 3 zeigen zu Beginn der Berechnung nahe der Oberfläche eine von den gewählten Anfangsbedingungen abweichende relative Feuchte. Grund hierfür ist ein für die Szenarien 2 und 3 vorweg geschalteter Berechnungsschritt ohne Salzbelastung, sodass sich ein thermo-hygrisches Gleichgewicht zwischen dem Bauteil und der Umgebung einstellen kann. Des Weiteren zeigen die Ergebnisse in Abbildung 7.34.1, dass im Szenario 1 die jahreszeitlichen Schwankungen der relativen Feuchte am größten sind. Die Alterungsgeschichte im Szenario 1, aufgrund derer eine höhere Porosität sowie eine Vorschädigung und somit eine höhere Durchlässigkeit vorhanden ist, kann als Ursache dafür benannt werden.

Die stärkere Befeuchtung in Szenario 3 führt aufgrund des ausgeprägteren konvektiven Transports zu einem im Vergleich zu Szenario 1 und 2 schnelleren Eindringen des

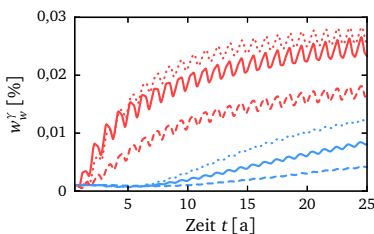
Chlorids, vgl. Abbildung 7.34.2. Die Unterschiede zwischen Szenario 1 und 2 sind auf die alterungsbedingt erhöhte Durchlässigkeit von Szenario 1 zurückzuführen, die den Chloridtransport beschleunigen. Eine geringere Anfangsfeuchte bzw. die Berücksichtigung der Alterung führt daher bei gleichen Randbedingungen zu einer höheren Korrosionsgefahr, da das Chlorid schneller ins Bauteil transportiert wird und somit die Bewehrungslage früher erreicht. Der kritische freie Chloridgehalt ist jedoch auch hier nicht überschritten.

### Einfluss hoher Umgebungsfeuchte

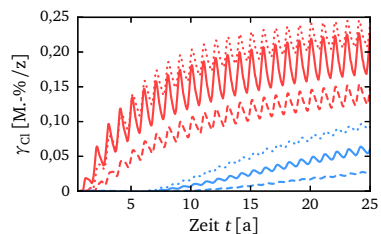
Im letzten Schritt soll der Einfluss einer erhöhten Umgebungsfeuchte untersucht werden, wie sie z. B. in Parkhäusern im Bereich der Einfahrt vorhanden ist. Schlecht ablaufendes bzw. stehendes Wasser im Fahrbahnbereich führt zu Spritzwasser und zur dauerhaften Anhebung der Umgebungsfeuchte. In der Berechnung wird daher die Feuchte auf der Plattenoberfläche und der Stützenoberfläche in x-Richtung im Mittel auf  $\varphi_{\infty} = 87\%$  erhöht. Dagegen bleibt die Beanspruchung der Stützenoberfläche in y-Richtung unverändert. Abbildung 7.35 zeigt die relative Feuchte im Februar und August des 11. Jahres. In der Stütze entsteht infolge der gewählten Randbedingungen über die gesamte Höhe ein inhomogener Verlauf der relativen Feuchte, der den Salzhalt signifikant beeinflusst. Die Ergebnisse des Gesamtchloridgehalts und des freien Chloridgehalts sind nach 20 Jahren in Abbildung 7.36 dargestellt. Ein Vergleich



7.34.1: Relative Feuchte in  $P_i^P$

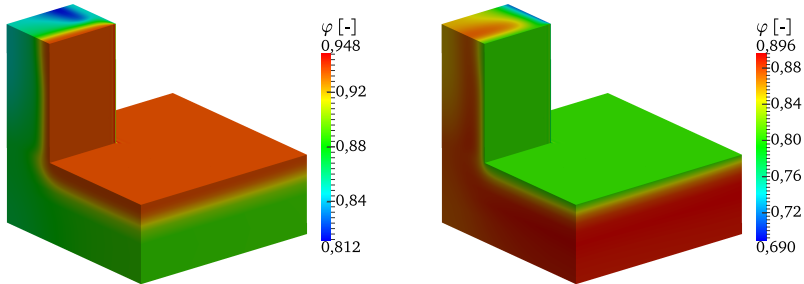


7.34.2: Salzkonzentration in  $P_i^P$



7.34.3: Freie Chloridkonzentration in  $P_i^P$

Abbildung 7.34: Vergleich der Szenarien



7.35.1: Februar des 11. Jahres

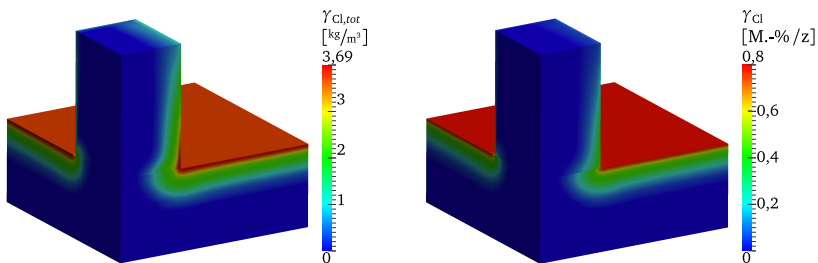
7.35.2: August des 11. Jahres

Abbildung 7.35: Schlagregeneinfluss auf relative Feuchte

der beanspruchten Stützenoberflächen verdeutlicht, dass das Salz aufgrund der höheren Umgebungsfeuchte schneller und tiefer in das Bauteil eindringt. Die höhere Chloridkonzentration in tieferen Lagen verstärkt die Gefahr der Depassivierung.

Der Prozessfortschritt der Depassivierung infolge Chlorid und die damit verbundene Korrosionsgefahr kann anhand des freien Chloridgehalts sowie der relativen Feuchte bewertet werden und wird nachfolgend für das Szenario 1 bei erhöhter Umgebungsfeuchte vorgestellt. In der vorliegenden Arbeit ist der Grenzwert des freien Chloridgehalts nach STEFFENS [93], wie in Abschnitt 7.1.3 bereits diskutiert, zu 0,25 M.-%/z gewählt. Wird der kritische Wert in der Lage der Bewehrung überschritten, setzt die Depassivierung ein. Die Gefahr der Korrosion besteht, sofern zusätzlich zum kritischen Chloridgehalt ausreichend Sauerstoff und eine relative Feuchte von  $\varphi > 50\%$  vorhanden sind. Letzteres ist für das betrachtete Szenario in der gesamten Struktur gegeben.

Abbildung 7.37 zeigt die Ergebnisse des freien Chloridgehalts nach der 10. und nach

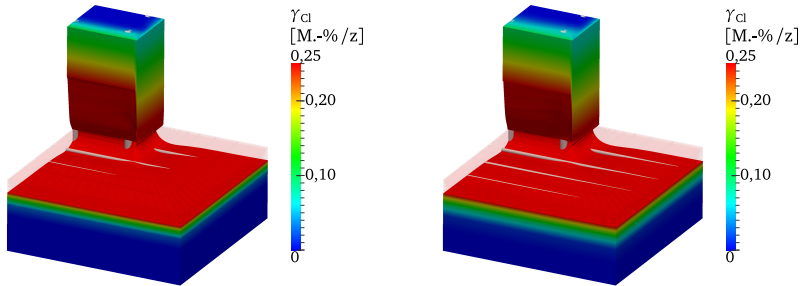


7.36.1: Gesamtchloridgehalt

7.36.2: Freier Chloridgehalt

Abbildung 7.36: Schlagregeneinfluss auf Chloridgehalt nach 20 Jahren





7.37.1: nach 10. Streuperiode

7.37.2: nach 24. Streuperiode

Abbildung 7.37: Freie Chloridkonzentration in der Bewehrungslage

der 24. Streuperiode. Zur einfacheren visuellen Bewertung der Korrosionsgefahr sind einerseits die Bewehrungsstäbe mit Berücksichtigung einer Betondeckung von 4 cm direkt in die Struktur eingezeichnet. Andererseits sind alle Bereiche mit einem freien Chloridgehalt  $> 0,25 \text{ M.-% / z}$  transparent dargestellt. Eine Korrosionsgefahr besteht, wenn die Bewehrungsstäbe sichtbar sind. Die Ergebnisse zeigen, dass der Gehalt an freiem Chlorid bereits nach 10 Jahren in der Platte unterhalb der Stütze den kritischen Wert überschreitet und somit Korrosionsgefahr besteht. Nach weiteren 14 Streuperioden ist der kritische Wert in der gesamten Platte erreicht. Eine Ausnahme bilden die Randbereiche, in denen aufgrund der geringeren mechanischen Schädigung geringere Transportgeschwindigkeit vorliegen.

### 7.3.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die vorgestellten Ergebnisse verdeutlichen, dass das entwickelte Prognosemodell eine realitätsnahe Beschreibung des Alterungsprozesses Depassivierung und damit eine Beurteilung der Korrosionsgefahr ermöglicht. Zum einen kann das Alterungsverhalten der Bauteile Stütze und Platte, das aufgrund der verwendeten Betone variiert, sowohl während der Hydratation als auch im anschließenden Depassivierungsprozess abgebildet werden. Zum anderen zeigt sich, dass eine realitätsnahe Beschreibung des Depassivierungsprozesses nur gelingt, sofern die gesamte Alterungsgeschichte bekannt ist. Im Fall von eindringendem Chlorid kann es anderenfalls zu einer unzutreffenden Prognose der Gefahr der Depassivierung und der anschließenden Korrosion kommen.

Der Vergleich zwischen den Ergebnissen der Platte und der Stütze zeigt, dass die Gefahr der Depassivierung in der Platte höher ist, da aufgrund des geringeren Zementgehaltes in der Platte der kritische freie Chloridgehalt schneller erreicht wird. Daher kann der Beton BO 2 nach den Berechnungsergebnissen für den Einsatz in Bauteilen,

die zeitweise oder dauerhaft einer Salzbeanspruchung ausgesetzt sind, als ungeeignet bewertet werden. Dies bestätigt die DIN EN 206-1 [40], die für Bauteile, bei denen die Gefahr der Korrosion aufgrund von eindringendem Chlorid besteht, einen  $w/z$ -Wert von  $w/z < 0,55$  sowie einen Zementgehalt von  $z > 300 \text{ kg/m}^3$  in Abhängigkeit der Umgebungsfeuchte fordert.

## 8 Zusammenfassung

Der Werkstoff Beton ist aufgrund seiner flexiblen Formgebung und Dauerhaftigkeit sowie dem geringen Wartungsaufwand einer der meist verwendeten Baustoffe. Die vielen auftretenden Schadensfälle zeigen jedoch, dass infolge mangelhafter Planung, Ausführung oder Unterhaltung die geplante Lebensdauer oftmals nicht erreicht wird und kostspielige Sanierungen vorzeitig notwendig werden. Zur zuverlässigen Prognose des Bauwerkzustandes während der Lebensdauer wird in der vorliegenden Arbeit ein numerisches Modell entwickelt, das eine Beschreibung der wesentlichen, während der Lebensdauer auftretenden chemischen und physikalischen Alterungsprozesse sowie deren Wechselwirkungen ermöglicht. Neben der Abbildung einzelner Alterungsprozesse ist dabei eine Parallelschaltung von zeitgleich bzw. eine serielle Verknüpfung von nacheinander stattfindenden Alterungsprozessen möglich. Der Einsatz des Prognosemodells verbessert die Zustandsbewertung, sodass Ertüchtigungsmaßnahmen aus technischer und ökonomischer Sicht effizienter gestaltet werden können.

Die Grundlage des entwickelten Prognosemodells zur Beschreibung der Alterung von Beton bildet eine formale Modellstruktur, bestehend aus übergeordneten Leitvariablen und Leitprozessen, kombiniert mit einer Bibliothek aus material- und prozessspezifischen Modellgleichungen. Die Leitvariablen charakterisieren dabei den Zustand des alternden Materials. Dagegen beschreiben die Leitprozesse deren Änderung und folgen aus der Dekomposition der untersuchten Alterungsprozesse Hydratation, mechanische Degradation, Dehydratation und Depassivierung.

Mit Hilfe der Theorie poröser Medien können für die einzelnen Komponenten des porösen Betons die Bilanzgleichungen der Masse, der Energie sowie des Impulses aufgestellt und den Leitprozessen zugeordnet werden. Des Weiteren sind material- und prozessspezifische Modellgleichungen notwendig, die eine Berücksichtigung des Transport-, Reaktions- sowie Deformationsverhaltens von Beton ermöglichen. Die Beschreibung der Transportprozesse erfordert die Formulierung eines Porenstrukturmodells, die hier in Abhängigkeit der Betonrezeptur, des Hydratationsverlaufs sowie weiterer chemischer Reaktionen erfolgt. Zudem wird ein Feuchtespeichermodell verwendet, das das Feuchtespeicherverhalten von hydratisierendem, salzbelastetem sowie durch hohe Temperaturen beanspruchtem Beton charakterisiert. Die chemischen Reaktionen sind mit entsprechenden Evolutionsgleichungen berücksichtigt. Zur Beschreibung des Deformationsverhaltens des alternden Betons wird ein kombiniertes Modell verwendet, das sowohl Elemente der klassischen Plastizitäts- und Schädigungstheorien als auch der Verfestigungs- und Mikrovorspannungstheorien

berücksichtigt. Zur Beseitigung der Diskretisierungsabhängigkeit der Lösung wird das Schädigungsmodell auf Grundlage der impliziten Gradientenformulierung erweitert. Die Interaktionen zwischen den Porenfluiden und dem festen Zementstein werden mit entsprechenden Kopplungstermen beschrieben. Die Lösung der nichtlinearen, gekoppelten Differenzialgleichungen erfolgt im Rahmen dieser Arbeit im Raum mit der Finite-Elemente-Methode und in der Zeit mit dem impliziten EULER-Verfahren.

Die vielseitigen Einsatzmöglichkeiten des Prognosemodells werden anhand ausgewählter Fallstudien vorgestellt. Die Ergebnisse zeigen, dass die Alterungsgeschichte einen wesentlichen Einfluss auf den Verlauf nachfolgender Alterungsprozesse ausübt. Veränderungen der Beschaffenheit der Porenstruktur und der Porenfluidkonzentrationen sowie die Entwicklung der Schädigung beeinflussen signifikant die Transporteigenschaften und die mechanischen Eigenschaften des Materials. So haben Vorschädigungen infolge der Alterungsgeschichte eine Reduzierung der Beanspruchbarkeit des Materials und eine verstärkte Schädigungsentwicklung zur Folge. Zudem führen Austauschprozesse zwischen dem Bauteil und der Umgebung zu permanenten Transportprozessen in oberflächennahen Bereichen, sodass auch Schadstoffe wie z. B. Salz oder  $\text{CO}_2$  aus der Umgebung ins Bauteil gelangen können. Eine infolge der Alterungsgeschichte vorhandene gröbere Porenstruktur sowie eine höhere mechanische Schädigung erhöhen dabei die Transportgeschwindigkeit. Im Fall einer Hochtemperaturbeanspruchung führen höhere Transportgeschwindigkeiten aufgrund der Mitnahme der Alterungsgeschichte zu einem reduzierten Risiko von Abplatzungen, da Wasserdampf schneller entweichen kann und damit der entstehende Wasserdampfdruck kleiner ist. Dagegen zeigen Untersuchungen des Depassivierungsprozesses, dass höhere Transportgeschwindigkeiten infolge der Berücksichtigung der Alterungsgeschichte zu einer Steigerung der Depassivierungsgefahr führen und damit das Risiko der Bewehrungskorrosion erhöht wird.

Das entwickelte Prognosemodell ermöglicht eine realitätsnahe Beschreibung der Alterung von Beton unter Berücksichtigung der während der Lebensdauer ablaufenden chemischen und physikalischen Vorgänge. Zudem ist eine Zustandsbewertung von Betonstrukturen hinsichtlich der Tragfähigkeit und der Korrosionsgefahr zu jedem Zeitpunkt möglich. Es stellt daher ein effizientes Werkzeug für die lebensdauerbegleitende Prognose von Stahlbetonbauwerken dar, sodass Schäden frühzeitig erkannt und behoben werden können.

## Literaturverzeichnis

- [1] ADOLPHS, J. ; SETZER, M. J.: Description of gas adsorption isotherms on porous and dispersed systems with the excess surface work model. In: *Journal of Colloid and Interface Science* 207 (1998), Nr. 2, S. 349–354
- [2] AHRENS, H. ; DINKLER, D.: *Finite-Element-Methoden – Teil I*. 2006
- [3] ASCHABER, M. ; THEINER, Y. ; HOFSTETTER, G.: Modeling of strengthening concrete structures by concrete overlays. In: *Proceedings of the 6th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS 2012)*. Vienna, Austria, 2012. – (elektronisch)
- [4] BANGERT, F.: *Gekoppelte chemo-mechanische Modellierung und numerische Simulation langzeitiger Degradation von Betonstrukturen*, Institut für Statik und Dynamik, Ruhr-Universität Bochum, Dissertation, 2004
- [5] BANGERT, F. ; KUHL, D. ; MESCHKE, G.: Chemo-hygro-mechanical modelling and numerical simulation of concrete deterioration caused by alkali-silica reaction. In: *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 28 (2004), Nr. 7-8, S. 689–714
- [6] BAROGHEL-BOUNY, V.: Water vapour sorption experiments on hardened cementitious materials. Part I: Essential tool for analysis of hygral behaviour and its relation to pore structures. In: *Cement and Concrete Research* 37 (2007), Nr. 3, S. 414–437
- [7] BAROGHEL-BOUNY, V.: Water vapour sorption experiments on hardened cementitious materials. Part II: Essential tool for assessment of transport properties and for durability prediction. In: *Cement and Concrete Research* 37 (2007), Nr. 3, S. 438–454
- [8] BAROGHEL-BOUNY, V. ; GODIN, J.: Experimental study on drying shrinkage of ordinary and high-performance cementitious materials. In: *Shrinkage of Concrete* 17 (2000), S. 215–232
- [9] BAROGHEL-BOUNY, V. ; MAINGUY, M. ; LASSABATERE, T. ; COUSSY, O.: Characterization and identification of equilibrium and transfer moisture properties for ordinary and high-performance cementitious materials. In: *Cement and Concrete Research* 29 (1999), Nr. 8, S. 1225–1238

- [10] BAROGHEL-BOUNY, V. ; THIÉRY, M. ; WANG, X.: Modelling of isothermal coupled moisture-ion transport in cementitious materials. In: *Cement and Concrete Research* 41 (2011), Nr. 8, S. 828–841
- [11] BARY, B. ; SELLIER, A.: Coupled moisture-carbon dioxide-calcium transfer model for carbonation of concrete. In: *Cement and Concrete Research* 34 (2004), Nr. 10, S. 1859–1872
- [12] BATHE, K.-J.: *Finite-Elemente-Methoden*. Berlin : Springer-Verlag, 2002. – 2. Auflage
- [13] BAŽANT, Z. P. ; CHERN, J. C. ; THONGUTHAI, W.: Finite element program for moisture and heat transfer in heated concrete. In: *Nuclear Engineering and Design* 68 (1981), Nr. 1, S. 61–70
- [14] BAŽANT, Z. P. ; CUSATIS, G. ; CEDOLIN, L.: Temperature effect on concrete creep modeled by microprestress-solidification theory. In: *Journal of Engineering Mechanics* 130 (2004), Nr. 6, S. 691–699
- [15] BAŽANT, Z. P. ; HAUGGAARD, A. B. ; BAWEJA, S. ; ULM, F. J.: Microprestress-solidification theory for concrete creep. I: Aging and drying effects. In: *Journal of Engineering Mechanics* 123 (1997), Nr. 11, S. 1188–1194
- [16] BAŽANT, Z. P. ; JIRÁSEK, M.: Nonlocal integral formulations of plasticity and damage: survey of progress. In: *Journal of Engineering Mechanics* 128 (2002), Nr. 11, S. 1119–1149
- [17] BAŽANT, Z. P. ; NAJJAR, L. J.: Nonlinear water diffusion in nonsaturated concretes. In: *Matériaux et Construction* 5 (1972), Nr. 1, S. 3–20
- [18] BAŽANT, Z. P. ; PRASANNAN, S.: Solidification theory for concrete creep. I: Formulation. In: *Journal of Engineering Mechanics* 115 (1989), Nr. 8, S. 1691–1703
- [19] BAŽANT, Z. P. ; XI, Y.: Continuous retardation spectrum for solidification theory of concrete creep. In: *Journal of Engineering Mechanics* 121 (1995), Nr. 2, S. 281–288
- [20] BECKMANN, M.: *Ein gradientenabhängiges Modell für anisotrope Schädigung von Beton unter Berücksichtigung von Porendruck*, Institut für Statik, TU Braunschweig, Dissertation, 2009. – Bericht Nr. 2009–108
- [21] BENTE, S.: *Interaction of degradation, deformation and transport processes in municipal solid waste landfills*, Institut für Statik, TU Braunschweig, Dissertation, 2011. – Bericht Nr. 2011–112
- [22] BENTZ, D. P. ; WALLER, V. ; DE LARRARD, E.: Prediction of adiabatic temperature rise in conventional and high-performance concretes using a 3-D microstructural model. In: *Cement and Concrete research* 28 (1998), Nr. 2, S. 285–297

- [23] BISHOP, A.: The principles of effective stress. In: *Teknisk Ukeblad* 39 (1959), S. 859–863
- [24] BOCKHOLD, J.: *Modellbildung und numerische Analyse nichtlinearer Kriechprozesse in Stahlbetonkonstruktionen unter Schädigungsaspekten*, Institut für Stahlbeton- und Spannbetonbau, Ruhr-Universität Bochum, Dissertation, 2005
- [25] BRIFFAUT, M. ; BENBOUDJEMA, F. ; TORRENTI, J. M. ; NAHAS, G.: Numerical analysis of the thermal active restrained shrinkage ring test to study the early age behavior of massive concrete structures. In: *Engineering Structures* 33 (2011), Nr. 4, S. 1390–1401
- [26] BRIFFAUT, M. ; BENBOUDJEMA, F. ; TORRENTI, J. M. ; NAHAS, G.: Concrete early age basic creep: Experiments and test of rheological modelling approaches. In: *Construction and Building Materials* 36 (2012), S. 373–380
- [27] BRYANT, A. H. ; VADHANAVIKKIT, C.: Creep, shrinkage-size, and age at loading effects. In: *ACI Materials Journal* 84 (1987), Nr. 2
- [28] BUCHWALD, A.: Determination of the ion diffusion coefficient in moisture and salt loaded masonry materials by impedance spectroscopy. In: *3rd International PhD Symposium* Bd. 2, 2000, S. 475–482
- [29] BUNTE, D.: Zum karbonatisierungsbedingten Verlust der Dauerhaftigkeit von Außenbauteilen aus Stahlbeton. In: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton* (1993). – Heft 436
- [30] CHABOCHE, J.-L.: Continuum damage mechanics: Part I - General Concepts. In: *Journal of Applied Mechanics* 55 (1988), Nr. 1, S. 59–64
- [31] CHABOCHE, J.-L.: Continuum damage mechanics: Part II - Damage growth, crack initiation, and crack growth. In: *Journal of Applied Mechanics* 55 (1988), Nr. 1, S. 65–72
- [32] CORDEBOIS, J. P. ; SIDOROFF, F.: Damage Induced Elastic Anisotropy. In: *Proceedings of the Euromech Colloquium* 115 (1982), S. 761–774
- [33] DE BOER, R.: Trends in continuum mechanics of porous media. In: *Theory and Applications of Transport in Porous Media* Bd. 18. Springer, 2005
- [34] DE SCHUTTER, G. ; TAERWE, L.: Degree of hydration-based description of mechanical properties of early age concrete. In: *Materials and Structures* 29 (1996), Nr. 6, S. 335–344
- [35] DERLUYN, H. ; MOONEN, P. ; CARMELIET, J.: Deformation and damage due to drying-induced salt crystallization in porous limestone. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* (2013)

- [36] DIN 50035:2012-09: *Begriffe auf dem Gebiet der Alterung von Materialien - Polymere Werkstoffe*. Beuth Verlag, 2012
- [37] DIN EN 197-1:2011-11: *Zement-Teil 1: Zusammensetzung, Anforderungen und Konformitätskriterien von Normzement*. Beuth Verlag, 2011
- [38] DIN EN 1992-1-1:2011-01: *Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton-und Spannbetontragwerken Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Beuth Verlag, 2011
- [39] DIN EN 1992-1-2:2010-12: *Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton-und Spannbetontragwerken Teil 1-2: Allgemeine Regeln – Tragwerksbemessung für den Brandfall*. Beuth Verlag, 2010
- [40] DIN EN 206-1:2014-07: *Beton-Teil 1: Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität*. Beuth Verlag, 2014
- [41] ENGELN, R. A. B. ; GEERS, M. G. D. ; BAAIJENS, F.: Nonlocal implicit gradient-enhanced elasto-plasticity for the modelling of softening behaviour. In: *International Journal of Plasticity* 19 (2003), Nr. 4, S. 403–433
- [42] FLOREA, M. V. A. ; BROUWERS, H. J. H.: Chloride binding related to hydration products: Part I: Ordinary Portland Cement. In: *Cement and Concrete Research* 42 (2012), Nr. 2, S. 282–290
- [43] FREIESLEBEN, H. ; HANSEN, P ; PEDERSEN, E. J.: Maleinstrument til kontrol at befors haerding. In: *Nordisk Beton* 1 (1977), S. 21—25
- [44] GARRECHT, H.: *Porenstrukturmodelle für den Feuchtehaushalt von Baustoffen mit und ohne Salzbefrachtung und rechnerische Anwendung auf Mauerwerk*, Universität Karlsruhe, Dissertation, 1992
- [45] GAWIN, D. ; PESAVENTO, F. ; SCHREFLER, B. A.: Modelling of hygro-thermal behaviour of concrete at high temperature with thermo-chemical and mechanical material degradation. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 192 (2003), Nr. 13-14, S. 1731–1771
- [46] GAWIN, D. ; PESAVENTO, F. ; SCHREFLER, B. A.: Hygro-thermo-chemo-mechanical modelling of concrete at early ages and beyond. Part I: Hydration and hygro-thermal phenomena. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 67 (2006), Nr. 3, S. 299–331
- [47] GAWIN, D. ; PESAVENTO, F. ; SCHREFLER, B. A.: Hygro-thermo-chemo-mechanical modelling of concrete at early ages and beyond. Part II: Shrinkage and creep of concrete. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 67 (2006), Nr. 3, S. 332–363



- [48] GEHLEN, C.: Probabilistische Lebensdauerbemessung von Stahlbetonbauwerken. Zuverlässigkeitsbetrachtungen zur wirksamen Vermeidung von Bewehrungskorrosion. In: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton* (2000). – Heft 510
- [49] GRAY, W. G.: Thermodynamics and constitutive theory for multiphase porous-media flow considering internal geometric constraints. In: *Advances in Water Resources* 22 (1999), Nr. 5, S. 521–547
- [50] GUTSCH, A.: *Stoffeigenschaften jungen Betons - Versuche und Modelle*, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, Dissertation, 1999. – Heft 140
- [51] GUTSCH, A. W.: Properties of early age concrete – Experiments and modelling. In: *Materials and Structures* 35 (2002), Nr. 2, S. 76–79
- [52] HAUGGAARD, A. B. ; DAMKILDE, L. ; HANSEN, P. F.: Transitional thermal creep of early age concrete. In: *Journal of Engineering Mechanics* 125 (1999), Nr. 4, S. 458–465
- [53] INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE (Hrsg.): *Model Code 2010, First Complete Draft, Vol.1 and 2*. Lausanne, Switzerland, 2010
- [54] JENSEN, O. M. ; HANSEN, P. F.: Water-entrained cement-based materials: I. Principles and theoretical background. In: *Cement and Concrete Research* 31 (2001), Nr. 4, S. 647–654
- [55] JONASSON, J.-E.: *Modelling of Temperature, Moisture and Stresses in Young Concrete*, Luleå University of Technology, Dissertation, 1994
- [56] KANG, H. D.: *Triaxial Constitutive Model for Plain and Reinforced Concrete Behavior*, University of Colorado at Boulder, Dissertation, 1997
- [57] KAPTEINA, G.: *Modell zur Beschreibung des Eindringens von Chlorid in Beton von Verkehrsbauwerken*, Lehrstuhl für Baustoffkunde und Werkstoffprüfung, TU München, Dissertation, 2011
- [58] KHOURY, G. A.: Strain of heated concrete during two thermal cycles. Part 1: strain over two cycles, during first heating and at subsequent constant temperature. In: *Magazine of Concrete Research* 58 (2006), Nr. 6, S. 367–385
- [59] KONIORCZYK, M.: Modelling the phase change of salt dissolved in pore water–Equilibrium and non-equilibrium approach. In: *Construction and Building Materials* 24 (2010), Nr. 7, S. 1119–1128
- [60] KONIORCZYK, M. ; GAWIN, D.: Heat and moisture transport in porous building materials containing salt. In: *Journal of Building Physics* 31 (2008), Nr. 4, S. 279–300

- [61] KÜNZEL, H. M. ; KIESSL, K.: Berechnung des gekoppelten Wärme und Feuchte- transports in Bauteilen unter natürlichen Klimarandbedingungen. In: *DGZfP-Berichtsband 40* (1993), S. 87–99
- [62] KUPFER, H.: Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung. In: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton* (1973). – Heft 229
- [63] LEMAITRE, J.: *A course on damage mechanics*. Berlin : Springer-Verlag, 1992
- [64] LEWIS, R. ; SCHREFLER, B. A.: *The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media*. New York : John Wiley and Sons Inc., 1998
- [65] LUNK, P.: *Kapillares Eindringen von Wasser und Salzlösungen in Beton*, ETH Zürich, Dissertation, 1997. – Nr. 12181
- [66] LURA, P ; JENSEN, O. M. ; BREUGEL, K. van: Autogenous shrinkage in high-performance cement paste: An evaluation of basic mechanisms. In: *Cement and Concrete Research* 33 (2003), Nr. 2, S. 223–232
- [67] MESCHKE, G. ; LACKNER, R. ; MANG, H. A.: An anisotropic elastoplastic-damage model for plain concrete. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 42 (1998), S. 703–727
- [68] MILLINGTON, R. J.: Gas diffusion in porous media. In: *Science* 130 (1959), Nr. 3367, S. 100–102
- [69] MONLOUIS-BONNAIRE, J. P. ; VERDIER, J. ; PERRIN, B.: Prediction of the relative permeability to gas flow of cement-based materials. In: *Cement and Concrete Research* 34 (2004), Nr. 5, S. 737–744
- [70] MÜLLER, H. H.: Bestimmung des korrosionsaktiven Chlorids in Abhängigkeit von Zementart und W/Z-Wert / Forschungsauftrag V235 des DAfStb. Institut für Massivbau der TU München, 1991. – Schlussbericht
- [71] NATIONAL INSTITUTE OF STANDARDS AND TECHNOLOGY (NIST): *Chemistry Web-Book*. [Online] <http://webbook.nist.gov/chemistry>, abgerufen am 14.03.2015
- [72] NGUYEN, T. Q. ; PETKOVIĆ, J. ; DANGLA, P. ; BAROGHEL-BOUNY, V.: Modeling of coupled ion and moisture transport in porous building materials. In: *Construction and Building Materials* 22 (2008), Nr. 11, S. 2185–2195
- [73] NOTHNAGEL, R.: *Hydrations- und Strukturmodell für Zementstein*, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, Dissertation, 2007. – Heft 200

- [74] NUTH, M. ; LALOUI, L.: Effective stress concept in unsaturated soils: clarification and validation of a unified framework. In: *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 32 (2008), Nr. 7, S. 771–801
- [75] OBERBECK, N.: *Instationärer Wärme-Feuchte-Schadstoff-Transport in Beton – Theorie und Berechnung.*, Institut für Statik, TU Braunschweig, Dissertation, 1995. – Bericht Nr. 95–79
- [76] OSTERLOH, M. ; FROST, J.: *Prozessmanagement als Kernkompetenz: wie Sie Business Reengineering strategisch nutzen können.* Springer, 2006
- [77] OSTERMANN, L.: *Hochtemperaturverhalten von Beton - Gekoppelte Mehrfeld-Modellierung und numerische Analyse*, Institut für Statik, TU Braunschweig, Dissertation, 2011. – Bericht Nr. 2011–113
- [78] PANTAZOPOULOU, S. J. ; MILLS, R. H.: Microstructural aspects of the mechanical response of plain concrete. In: *ACI Materials Journal* 92 (1995), Nr. 6, S. 605–616
- [79] PARROTT, L. J. ; KILLOH, D. C. ; PATEL, R. G.: Cement hydration under partially saturated curing conditions. In: *8th International Congress on the Chemistry of Cement*, Rio de, 1986, S. 46–50
- [80] PEERLINGS, R. H. J. ; DE BORST, R. ; BREKELMANS, W. A. M. ; GEERS, M. G. D.: Gradient-enhanced damage modelling of concrete fracture. In: *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials* 3 (1998), Nr. 4, S. 323–342
- [81] PEERLINGS, R. H. J. ; GEERS, M. G. D. ; DE BORST, R. ; BREKELMANS, W. A. M.: A critical comparison of nonlocal and gradient-enhanced softening continua. In: *International Journal of Solids and Structures* 38 (2001), Nr. 44, S. 7723–7746
- [82] PICKETT, G.: The effect of change in moisture content on the creep of concrete under a sustained load. In: *Journal of the American Concrete Institute* 38 (1942), S. 333–355
- [83] POON, C. ; AZHAR, S. ; ANSON, M. ; WONG, Y.: Strength and durability recovery of fire-damaged concrete after post-fire-curing. In: *Cement and Concrete Research* 31 (2001), Nr. 9, S. 1307–1318
- [84] POWERS, T. C. ; BROWNYARD, T. L.: Studies of the physical properties of hardened Portland cement paste. In: *PCA Bulletin* 22 (1947)
- [85] RUCKER-GRAMM, P.: *Modellierung des Feuchte- und Salztransports unter Berücksichtigung der Selbstabdichtung in zementgebundenen Baustoffen*, Lehrstuhl für Baustoffkunde und Werkstoffprüfung, TU München, Dissertation, 2008
- [86] SAETTA, A. V. ; SCHREFLER, B. A. ; VITALIANI, R. V.: The carbonation of concrete and the mechanism of moisture, heat and carbon dioxide flow through porous materials. In: *Cement and Concrete Research* 23 (1993), Nr. 4, S. 761–772

- [87] SAETTA, A. V. ; VITALIANI, R. V.: Experimental investigation and numerical modeling of carbonation process in reinforced concrete structures: Part II. Practical applications. In: *Cement and Concrete Research* 35 (2005), Nr. 5, S. 958–967
- [88] SCHNEIDER, U.: *Zur Kinetik festigkeitsmindernder Reaktionen in Normalbetonen bei hohen Temperaturen*, Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau, TU Braunschweig, Dissertation, 1973
- [89] SCHNEIDER, U. ; HERBST, H. J.: Permeabilität und Porosität von Beton bei hohen Temperaturen. In: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton* (1989), S. 23–52. – Heft 403
- [90] SCHNEIDER, U. ; WEISS, R.: Kinetische Betrachtungen über den thermischen Abbau zementgebundener Betone und dessen mechanische Auswirkungen. In: *Cement and Concrete Research* 7 (1977), Nr. 3, S. 259–267
- [91] SCHOLZ, R. ; VROHLINGS, A.: Prozeß-Redesign und kontinuierliche Prozeßverbesserung. In: GAITANIDES, M. (Hrsg.) ; SCHOLZ, R. (Hrsg.) ; VROHLINGS, A. (Hrsg.): *Prozeßmanagement*, 1994, S. 99–122
- [92] SCIUÈ, G.: *Thermo-hygro-chemo-mechanical model of concrete at early ages and its extension to tumor growth numerical analysis.*, École normale supérieure de Cachan; Università degli studi di Padova, Dissertation, 2013
- [93] STEFFENS, A.: *Modellierung von Karbonatisierung und Chloridbildung zur numerischen Analyse der Korrosionsgefährdung der Betonbewehrung*, Institut für Statik, TU Braunschweig, Dissertation, 2000. – Bericht Nr. 2002–94
- [94] STEFFENS, A. ; DINKLER, D. ; AHRENS, H.: Modeling carbonation for corrosion risk prediction of concrete structures. In: *Cement and Concrete Research* 32 (2002), Nr. 6, S. 935–941
- [95] TACKE, R.: *Feuchte- und Festigkeitsentwicklung hydratisierenden Betons - Modellierung und numerische Analyse*, Institut für Statik, TU Braunschweig, Dissertation, 2002. – Bericht Nr. 2002–94
- [96] THIERY, M. ; BAROGHEL-BOUNY, V. ; BOURNETON, N. ; VILLAIN, G. ; STÉFANI, C.: Modélisation du séchage des bétons. In: *Revue européenne de génie civil* 11 (2007), Nr. 5, S. 541–577
- [97] TSCHOEGL, N. W.: *The phenomenological theory of linear viscoelasticity: an introduction*. Berlin : Springer-Verlag, 1989
- [98] ULM, F.J. ; COUSSY, O. ; BAZANT, Z.P. u. a.: The "Chunnel" fire. I: Chemoplastic softening in rapidly heated concrete. In: *Journal of Engineering Mechanics* 125 (1999), Nr. 3, S. 272–282

- [99] VAN BREUGEL, K.: *Simulation of hydration and formation of structure in hardening cement-based materials*, TU Delft, Dissertation, 1991
- [100] WOWRA, O.: *Experimentelle Untersuchung der Chloridsorption an flaschenhydratisiertem Zementstein und ausgewählten Klinkerphasen in wässriger Lösung*, Essen, Dissertation, 1997
- [101] ZÜMENDORF, T.: *Ein gradientenabhängiges Modell für Schädigung bei viskoplastischem Materialverhalten*, Institut für Statik, TU Braunschweig, Dissertation, 2006. – Bericht Nr. 2006–104

## Berichte aus dem Institut für Statik ab 2003

- Nr. 2003-96 B. HÜBNER: Simultane Analyse von Bauwerk-Wind-Wechselwirkungen
- Nr. 2003-97 J. GEISTEFELDT: Stochastische Finite-Element-Methoden mit Anwendung auf aeroelastische Tragsysteme
- Nr. 2003-98 O. KNOKE: Beulwiderstände zusammengesetzter Zylinder-Kegel-Schalen
- Nr. 2005-99 A. KÖLKE: Modellierung und Diskretisierung bewegter Diskontinuitäten in randgekoppelten Mehrfeldsystemen
- Nr. 2006-100 D. DINKLER (HRSG.): Institut für Statik, Lehre und Forschung, 1996-2006
- Nr. 2006-101 A. VEHRE: Ein Reduktionsverfahren für Fluid-Struktur-Wechselwirkung mit Finiten Raum-Zeit-Elementen
- Nr. 2006-102 M. LÖHR: Analyse aeroelastischer Systeme mit Spektralen Stochastischen Finite-Element-Methoden
- Nr. 2006-103 L. ASCHENBRENNER: Mehrkomponenten-Modell zur Beschreibung des Deformationsverhaltens von Asphalt
- Nr. 2006-104 T. ZÜMENDORF: Ein gradientenabhängiges Modell für Schädigung bei viskoplastischem Materialverhalten
- Nr. 2007-105 C. LEPPERT: Mehrphasenmodell für granulare Medien zur numerischen Untersuchung des Phasenübergangs bei der Entleerung von Silos
- Nr. 2007-106 V. KRASE: Stability of Municipal Solid Waste Landfills
- Nr. 2007-107 J. PONTOW: Imperfektionsempfindlichkeit und Grenzlaster von Schalentragerwerken
- Nr. 2009-108 M. BECKMANN: Ein gradientenabhängiges Modell für anisotrope Schädigung von Beton unter Berücksichtigung von Porendruck
- Nr. 2010-109 P. SUN: Fluid-Struktur-Wechselwirkung mit aktiver Schwingungskontrolle durch piezoelektrische Materialien
- Nr. 2010-110 J. VELDE: 3D Nonlocal Damage Modeling for Steel Structures under Earthquake Loading
- Nr. 2010-111 K. SCHUSTER: Systemidentifikation und Bauwerksüberwachung mit piezokeramischen Aktuatoren
- Nr. 2011-112 S. BENTE: Interaction of Degradation, Deformation and Transport Processes in Municipal Solid Waste Landfills
- Nr. 2011-113 L. OSTERMANN: Hochtemperaturverhalten von Beton – Gekoppelte Mehrfeld-Modellierung und numerische Analyse
- Nr. 2012-114 B. BRODERSEN: Modellierung des thermo-mechanischen Verbundverhaltens von Asphalt in Straßenaufbauten
- Nr. 2012-115 J. KINDLEIN: Gekoppelte Analyse von Reaktions- und Transportprozessen in Deponiestrukturen
- Nr. 2015-116 F. PASENOW: Modellierung oberflächengekoppelter Mehrfeldsysteme und numerische Analyse rutschender Bodenmaterialien
- Nr. 2015-117 M. SCHAUER: Ein effizienter gekoppelter FEM-SBFEM Ansatz zur Analyse von Boden-Bauwerk-Interaktionen im Zeitbereich

- Nr. 2015-118 A. AL FARRA: Numerische Analyse von Bauwerk-Wind-Wechselwirkungen mit RANS-Turbulenzmodellen  
Nr. 2015-119 S. REINSTÄDLER: Modellbildung und numerische Analyse der Entleerung von dünnwandigen Silos

### **Sonderdrucke**

Phänomenologische Modelle für Werkstoffe des Bauwesens.

Hermann Ahrens zum 60. Geburtstag (1998).

Herausgeber: D. Dinkler, U. Kowalsky.

Baustatik-Baupraxis 8.

Berichte der Fachtagung am 21. und 22. März 2002 in Braunschweig.

Herausgeber: D. Dinkler.

Institut für Statik, Technische Universität Braunschweig

Beethovenstraße 51, 38106 Braunschweig, Deutschland

Telefon +49 (0)531 / 391-3667, Telefax +49 (0)531 / 391-8116

E-Mail [statik@tu-bs.de](mailto:statik@tu-bs.de), Homepage <https://www.tu-braunschweig.de/statik>